



# Analyse de l'initiation de fissures en fatigue de contact : Approche mésoscopique

Jean-Philippe Noyel

## ► To cite this version:

Jean-Philippe Noyel. Analyse de l'initiation de fissures en fatigue de contact : Approche mésoscopique. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. INSA de Lyon, 2015. Français. NNT : 2015ISAL0126 . tel-01339397

**HAL Id: tel-01339397**

**<https://theses.hal.science/tel-01339397>**

Submitted on 29 Jun 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse

# Analyse de l'initiation de fissures en fatigue de contact : approche mésoscopique

*Présentée devant*

**L'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon**

École doctorale des Sciences pour l'Ingénieur de Lyon :  
Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique (MEGA)  
Spécialité : Mécanique

*Pour obtenir*

**Le grade de docteur**

*Par*

**Jean-Philippe NOYEL**

Ingénieur civil des Mines (École nationale supérieure des Mines de Saint-Etienne)

---

Thèse soutenue le 9 décembre 2015 devant la commission d'examen composée de :

Dr. HDR.	C. CHANGENET	ECAM Lyon – LabECAM	Invité
Pr	A. COMBESURE	INSA Lyon - LaMCoS	Président
Pr.	R. DWYER-JOYCE	University of Sheffield	Rapporteur
Pr.	A. GRAVOUIL	INSA Lyon - LaMCoS	Invité
Dr. HDR.	P. JACQUET	ECAM Lyon – LabECAM	Co-Directeur de thèse
Pr	A. PANDOLFI	Politecnico di Milano	Rapporteur
Dr. HDR.	M. RENOUF	Université de Montpellier - LMGC	Examineur
Pr.	F. VILLE	INSA Lyon - LaMCoS	Directeur de thèse

Cette thèse a été préparée au Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures (LaMCoS)  
et au laboratoire LabECAM de l'ECAM Lyon.



INSA Direction de la Recherche - Ecoles Doctorales – Quinquennal 2011-2015

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
<b>CHIMIE</b>	<b>CHIMIE DE LYON</b> <a href="http://www.edchimie-lyon.fr">http://www.edchimie-lyon.fr</a> Sec : Renée EL MELHEM Bat Blaise Pascal 3 <sup>e</sup> étage 04 72 43 80 46 Insa : R. GOURDON <a href="mailto:secretariat@edchimie-lyon.fr">secretariat@edchimie-lyon.fr</a>	<b>M. Jean Marc LANCELIN</b> Université de Lyon – Collège Doctoral Bât ESCPE 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 13 95 <a href="mailto:directeur@edchimie-lyon.fr">directeur@edchimie-lyon.fr</a>
<b>E.E.A.</b>	<b>ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE</b> <a href="http://edcea.ec-lyon.fr">http://edcea.ec-lyon.fr</a> Sec : M.C. HAVGOUDOUKIAN <a href="mailto:Ecole-doctorale.eea@ec-lyon.fr">Ecole-doctorale.eea@ec-lyon.fr</a>	<b>M. Gérard SCORLETTI</b> Ecole Centrale de Lyon 36 avenue Guy de Collongue 69134 ECULLY Tél : 04.72.18 60.97 Fax : 04 78 43 37 17 <a href="mailto:Gerard.scorletti@ec-lyon.fr">Gerard.scorletti@ec-lyon.fr</a>
<b>E2M2</b>	<b>EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION</b> <a href="http://e2m2.universite-lyon.fr">http://e2m2.universite-lyon.fr</a>  Sec : Safia AIT CHALAL Bat Atrium- UCB Lyon 1 04.72.44.83.62 Insa : S. REVERCHON <a href="mailto:Safia.ait-chalal@univ-lyon1.fr">Safia.ait-chalal@univ-lyon1.fr</a>	<b>M. Fabrice CORDEY</b> Laboratoire de Géologie de Lyon Université Claude Bernard Lyon 1 Bât Géode – Bureau 225 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cédex Tél : 04.72.44.83.74 <a href="mailto:Sylvie.reverchon-pescheux@insa-lyon.fr">Sylvie.reverchon-pescheux@insa-lyon.fr</a> <a href="mailto:fabrice.cordey@univ-lyon1.fr">fabrice.cordey@univ-lyon1.fr</a>
<b>EDISS</b>	<b>INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTE</b> <a href="http://www.ediss-lyon.fr">http://www.ediss-lyon.fr</a> Sec : Safia AIT CHALAL Bat Atrium – UCB Lyon 1 04 72 44 83 62 Insa : <a href="mailto:Safia.ait-chalal@univ-lyon1.fr">Safia.ait-chalal@univ-lyon1.fr</a>	<b>Mme Emmanuelle CANET-SOULAS</b> INSERM U1060, CarMeN lab, Univ. Lyon 1 Bâtiment IMBL 11 avenue Jean Capelle INSA de Lyon 696621 Villeurbanne Tél : 04.72.11.90.13 <a href="mailto:Emmanuelle.canet@univ-lyon1.fr">Emmanuelle.canet@univ-lyon1.fr</a>
<b>INFOMATHS</b>	<b>INFORMATIQUE ET MATHEMATIQUES</b> <a href="http://infomaths.univ-lyon1.fr">http://infomaths.univ-lyon1.fr</a> Sec : Renée EL MELHEM Bat Blaise Pascal 3 <sup>e</sup> étage <a href="mailto:infomaths@univ-lyon1.fr">infomaths@univ-lyon1.fr</a>	<b>Mme Sylvie CALABRETTO</b> LIRIS – INSA de Lyon Bat Blaise Pascal 7 avenue Jean Capelle 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72. 43. 80. 46 Fax 04 72 43 16 87 <a href="mailto:Sylvie.calabretto@insa-lyon.fr">Sylvie.calabretto@insa-lyon.fr</a>
<b>Matériaux</b>	<b>MATERIAUX DE LYON</b> <a href="http://ed34.universite-lyon.fr">http://ed34.universite-lyon.fr</a>  Sec : M. LABOUNE PM : 71.70 –Fax : 87.12 Bat. Direction 1er et. <a href="mailto:Ed.materiaux@insa-lyon.fr">Ed.materiaux@insa-lyon.fr</a>	<b>M. Jean-Yves BUFFIERE</b> INSA de Lyon MATEIS Bâtiment Saint Exupéry 7 avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 71.70 Fax 04 72 43 85 28 <a href="mailto:Ed.materiaux@insa-lyon.fr">Ed.materiaux@insa-lyon.fr</a>
<b>MEGA</b>	<b>MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE</b> <a href="http://mega.universite-lyon.fr">http://mega.universite-lyon.fr</a>  Sec : M. LABOUNE PM : 71.70 –Fax : 87.12 Bat. Direction 1er et. <a href="mailto:mega@insa-lyon.fr">mega@insa-lyon.fr</a>	<b>M. Philippe BOISSE</b> INSA de Lyon Laboratoire LAMCOS Bâtiment Jacquard 25 bis avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72 .43.71.70 Fax : 04 72 43 72 37 <a href="mailto:Philippe.boisse@insa-lyon.fr">Philippe.boisse@insa-lyon.fr</a>
<b>ScSo</b>	<b>ScSo*</b> <a href="http://recherche.univ-lyon2.fr/scso/">http://recherche.univ-lyon2.fr/scso/</a> Sec : Viviane POLSINELLI Brigitte DUBOIS Insa : J.Y. TOUSSAINT <a href="mailto:viviane.polsinelli@univ-lyon2.fr">viviane.polsinelli@univ-lyon2.fr</a>	<b>Mme Isabelle VON BUELTZINGLOEWEN</b> Université Lyon 2 86 rue Pasteur 69365 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.77.23.86 Fax : 04.37.28.04.48 <a href="mailto:isavonb@dbmail.com">isavonb@dbmail.com</a>

\*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie





# Avant-propos

## Une thèse après 40 ans ?

À ma sortie de l'école des mines de Saint-Etienne, il y a fort longtemps (1994), je suis particulièrement intéressé par l'activité recherche développement et le domaine de la mécanique du solide, mais je n'envisage pas encore une carrière dans l'enseignement supérieur. Après une première expérience de l'enseignement acquise durant mon service militaire, je me retrouve cependant jeune (à l'époque) enseignant à l'ECAM Lyon au sein de ce qui était alors le département de génie énergétique et mécanique.

Mon activité à l'ECAM a toujours été marquée par une implication forte dans les travaux de recherche et développement effectués en partenariat avec le monde industriel et le plus souvent avec la participation d'étudiants de dernière année dans le cadre de ce que l'on appelle « projet de Recherche et Développement ». Même, si certains de ces travaux ont donné lieu à des communications lors de congrès, ils s'apparentent plus à une activité développement qu'à une activité de type recherche académique ; ce type de recherche n'existait pas vraiment au sein de l'école lors de mes premières années de présence.

Récemment, l'ECAM Lyon a affirmé sa volonté de développer une recherche plus académique. Ces travaux de recherche se sont organisés depuis 2007 autour de 2 axes principaux, l'efficacité énergétique et la modification microstructurale des matériaux. Une partie de la recherche sur le premier axe de développement concerne le domaine des transmissions mécaniques et est effectuée en collaboration avec le LaMCoS de l'INSA Lyon.

Dans le cadre de cette collaboration, plusieurs thèses ont été (et sont) réalisées sous la codirection de Christophe Changenet (directeur de la recherche à l'ECAM Lyon) et de Fabrice Ville (professeur à l'INSA Lyon), et avec la participation de Yann Marchesse (ECAM Lyon) qui occupait le bureau voisin du mien. Cette collaboration a été l'occasion pour moi de côtoyer Fabrice Ville et d'échanger avec lui sur le domaine des transmissions mécaniques et en particulier sur l'enjeu important de la prédiction de la durée de vie en fatigue de contact et sur le travail restant à faire dans ce domaine. Au travers des discussions avec ces différentes personnes, cette collaboration m'a également permis de découvrir le travail de recherche effectué dans une ambiance studieuse mais toujours dans la bonne humeur, et de confirmer mon intérêt pour ce domaine.

Les réponses à la question posée plus haut sont donc d'une part un intérêt personnel pour les activités de type recherche associé à une envie de m'investir dans un projet différent et de développer mes compétences dans un domaine particulier, d'autre part, l'intérêt pour l'ECAM de poursuivre son développement d'une recherche académique, et enfin la confiance accordée par Fabrice Ville qui a accepté d'étendre la collaboration existante et de diriger cette thèse.

Cette thèse dont l'objectif (qui sera décrit plus précisément dans la suite de ce mémoire) consiste à analyser l'initiation de fissures en fatigue de contact, est donc plutôt orientée simulation et mécanique du solide. Mais l'approche consistant à se placer à l'échelle des grains et à s'intéresser à l'influence de la microstructure lui confère également une orientation matériaux. Elle est donc coencadrée par Philippe Jacquet, enseignant chercheur HDR au pôle matériaux et structures de l'ECAM Lyon. L'approche choisie étant la simulation numérique elle a également bénéficié du suivi et des conseils de Anthony Gravouil (professeur à l'INSA Lyon).

Enfin, du fait de son sujet, la réalisation de cette thèse permet de développer une thématique de recherche plus orientée « mécanique du solide » et de créer une transversalité entre les deux axes principaux de la recherche à l'ECAM : l'axe « modification microstructurale des matériaux » est appliquée au domaine des transmissions mécaniques abordées jusqu'à présent uniquement sous l'aspect « efficacité énergétique ».

## Remerciements

Je tiens à remercier très sincèrement toutes les personnes qui ont rendu possible et qui ont contribué de près ou de loin à ces travaux de thèses :

- Fabrice VILLE, Philippe JACQUET, Anthony GRAVOUIL et Christophe CHANGENET de leur encadrement, leurs conseils et leurs encouragements.
- Les membres du jury : Alain COMBESCURE, Rob DWYER-JOYCE, Anna PANDOLFI, et Mathieu RENOUF, de l'intérêt porté à ce travail et d'avoir accepté de participer au jury.
- L'ECAM Lyon de m'avoir permis de préparer cette thèse dans les meilleures conditions en acceptant d'aménager ma charge d'enseignement : Didier DESPLANCHE, directeur général, Vincent CAILLÉ responsable de l'ancien département génie énergétique et mécanique et Pierre LOURDIN responsable de l'actuel pôle matériaux et structures.
- Le LaMCoS de l'INSA Lyon : David DUREISSEX, directeur du laboratoire et Philippe VELEX, responsable de l'équipe Systèmes Mécaniques et Contact, de m'avoir fait confiance et d'avoir accepté d'étendre la collaboration existante avec l'ECAM au domaine de la fatigue de contact.
- Tous mes collègues de l'ECAM Lyon et notamment ceux du pôle matériaux et structures et de l'ancien département génie énergétique et mécanique, de l'intérêt porté au sujet et de leurs encouragements. Sans tous les citer, je souhaite cependant remercier Yann MARCHESSE de tous ses conseils, Lisa VERGARA et Cindy PETIT de leur précieuse aide en anglais, ainsi que Serge VIALA mon collègue de bureau.
- Le personnel du LaMCoS de son accueil lors de mes visites, de l'aide administrative, et pour les moments passés ensemble lors des congrès : merci en particulier à Sophie De OLIVEIRA, Benyebka BOU-SAÏD, Jérôme CAVORET, Aurélien SAULOT.
- Mes jeunes collègues thésards de leur accueil et pour les discussions que l'on a pu avoir ensemble : Marion LE (un grand merci en particulier pour les conseils concernant les démarches administratives), Pierre RABASO, Arnaud RUELLAN, Sandrine LARUELLE, Adrien NEUROUTH, Jérôme DURAND DE GEVIGNAY, Charlotte FOSSIER, Grégoire ISAAC et Dominique COTTON.
- Les différents étudiants ECAM et INSA, qui ont participé plus ou moins directement à ces travaux (Arnaud QUILLERY, Sarah HAGUENAUER, Cyrille MATHIEU, Johann ARIAS, Sophie KOCH).

*Enfin, je dédie ce travail à Stéphanie, ma femme, Benoît et Camille, mes enfants, ainsi qu'à ma mère et à la mémoire de mon père, malheureusement disparu avant l'achèvement de ces travaux.*

## Contributions scientifiques

Les travaux présentés dans ce mémoire ont donné lieu aux publications et présentations listées ci-dessous.

### 1. Publications

- J.P. Noyel, F. Ville, P. Jacquet, A. Gravouil, C. Changenet, « *Development of a Granular Cohesive Model for Rolling Contact Fatigue Analysis: Crystal Anisotropy Modeling* », accepté pour publication dans *Tribology Transactions*
- J.P. Noyel, P. Jacquet, F. Ville, A. Gravouil, C. Changenet "Presentation of a mesoscopic model for life prediction in Rolling Contact Fatigue (RCF)"; soumis à *Annales de Chimie – Science des Matériaux*

### 2. Présentations dans des congrès

- Society of Tribologists and Lubrication Engineers, 68<sup>th</sup> annual meeting and Exhibition; May 5- 9 ,2013, Detroit Michigan: Présentation orale et résumé étendu  
J.P. Noyel, A. Quillery, P. Rabaso, F. Ville, P. Jacquet, "Analysis of Rolling Contact Fatigue using modeling with granular representation with cohesive elements"
- Society of Tribologists and Lubrication Engineers, 69<sup>th</sup> annual meeting and Exhibition; May 18-22 ,2014, Lake Buena vista, Florida : Présentation orale et résumé étendu  
J.P. Noyel, F. Ville, P. Jacquet, "Development of a granular cohesive model for Rolling Contact Fatigue analysis: investigations on material modeling"
- International gear conference, 26th 28th august 2014, Lyon France : présentation orale et article  
J.P. Noyel, F. Ville, P. Jacquet, A. Gravouil, C. Changenet, « *Development of a granular cohesive model for Rolling Contact Fatigue analysis: influence of numerical parameters* »
- Society of Tribologists and Lubrication Engineers, 70<sup>th</sup> annual meeting and Exhibition; May 17-21 ,2015, Dallas, Texas: Présentation orale  
J.P. Noyel, S. Koch, F. Ville, P. Jacquet, A. Gravouil "Development of a granular cohesive model for Rolling Contact Fatigue analysis: investigations on damage modeling and application to analysis of grain size effect"
- 17<sup>th</sup> International french-polish seminar on reactivity of solids ; June 29-30, July 1st, 2015, Dijon, France ; Présentation orale  
J.P. Noyel, P. Jacquet, F. Ville, A. Gravouil, C. Changenet « *Presentation of a mesoscopic model for life prediction in Rolling Contact Fatigue (RCF)* »
- Congrès français de Mécanique, 24 28 aout 2015, Lyon France : présentation orale et article  
J.P. Noyel, F. Ville, P. Jacquet, A. Gravouil C. Changenet, « *Analyse des mécanismes d'initiation de fissures en fatigue de contact : approche mésoscopique* »

## Résumé - abstract

Les composants soumis à des pressions de contact répétées tels que les engrenages, les roulements, ou les rails de chemin de fer sont soumis à un mode de défaillance en fatigue particulier appelé fatigue de contact. La prédiction de la durée de vie en fatigue de contact est depuis longtemps le sujet d'un très grand nombre de travaux de recherche. Malgré cela, l'analyse des mécanismes de défaillance associés constitue toujours un sujet d'actualité ; un certain nombre de ces mécanismes restent encore inexpliqués ou mal compris. De plus, il n'existe pas encore à l'heure actuelle de modèles prédictifs complets permettant d'estimer la durée de vie ; la norme ISO 281 utilise par exemple des coefficients qui doivent être déterminés de façon empirique.

Les mécanismes de défaillances et la durée de vie d'un composant en fatigue de contact sont dépendants d'un grand nombre de paramètres liés aux conditions de contact (chargement, cinématique, lubrifiant, état de surface, conditions environnementales) ou aux matériaux (présence d'inclusions, gradients de propriétés et contraintes résiduelles liés aux traitements de surface...). Afin de mieux comprendre l'influence de ces différents paramètres sur les mécanismes de défaillance et sur la durée de vie, un modèle numérique permettant de simuler l'endommagement progressif d'un composant en fatigue de contact est actuellement développé.

La rupture d'un matériau peut se décomposer en une phase d'initiation et une phase de propagation. La particularité de la phase d'initiation est que l'origine des mécanismes associés à cette phase se situe à une échelle inférieure à l'échelle macroscopique. L'approche proposée consiste alors à se focaliser sur ces mécanismes d'initiation, et à développer un modèle à l'échelle des grains (échelle mésoscopique). Ce modèle est basé sur une représentation de type Voronoï des grains de la microstructure. La détérioration progressive est simulée en appliquant le concept d'endommagement aux joints de grain (hypothèses d'initiation intergranulaire). Un modèle à zones cohésives (CZM) est utilisé pour représenter les joints de grains.

Un premier modèle 2D isotrope a permis de mettre en place l'approche proposée et d'analyser le comportement numérique du modèle, en particulier celui des éléments cohésifs. L'étude de l'influence des raideurs cohésives a permis (i) de définir des valeurs à attribuer aux raideurs initiales, et (ii) de montrer la similitude entre le comportement du modèle développé et celui d'un système simplifié dont le comportement peut être décrit de façon analytique. L'insertion d'éléments cohésifs engendre l'apparition d'une singularité aux jonctions triples. Cette singularité semble inévitable, mais l'approche consistant à considérer le joint de grain comme une unique entité, et donc à utiliser des valeurs moyennes le long du joint de grain permet de s'affranchir de cette singularité (indépendance par rapport au maillage).

La représentativité du modèle a ensuite été améliorée par la modélisation de l'anisotropie cristalline. Un modèle de type élasticité cubique a été utilisé pour modéliser le comportement des grains. L'étude d'un agrégat polycristallin a permis de montrer que les paramètres matériaux utilisés à l'échelle mésoscopique étaient bien représentatifs du comportement macroscopique d'un acier.

Enfin, une analyse approfondie de l'application du concept d'endommagement aux joints de grains a mis en évidence les limites de la formulation initiale (application directe de l'endommagement sur la raideur cohésive) ; l'utilisation de cette formulation se traduit par une influence quasi nulle de l'endommagement sur le cisaillement intergranulaire. L'analyse précédemment menée sur l'influence de la raideur cohésive a permis de proposer une nouvelle formulation conduisant à une influence directe de l'endommagement sur le cisaillement intergranulaire. Cette modification a entraîné (i) une modification de la distribution des micro-fissures, (coalescence entre les différents micro-fissures), et (ii) une forte augmentation de la durée de vie estimée par le modèle (ordre de grandeur comparable aux durées de vies observées expérimentalement).

**Mots clés : fatigue de contact, endommagement, élément cohésif, microstructure, anisotropie cristalline**

## ABSTRACT

Contact fatigue is the predominant mode of failure of components subjected to a repeated contact pressure, like rolling element bearings or gears. This phenomenon is known as rolling contact fatigue (RCF). A large number of models have been developed to predict RCF, but there is today no complete predictive life model, and understanding RCF failure mechanism remains a significant challenge.

RCF failure mechanisms are known to be very sensitive to a large number of parameters linked to contact conditions (roughness, lubrication) or materials (presence of inclusions, gradients properties and residual stresses associated with surface treatments...). To improve knowledge about the influence of these parameters on failure mechanisms and life, a numerical model is developed to simulate the progressive damage of a component subject to rolling contact fatigue.

The failure process of a material can be divided into two distinct stages: an initiation stage and a propagation stage. Mechanisms associated with the initiation stage are located at a scale lower than the macroscopic scale. The proposed approach is to develop a grain level model (mesoscopic scale) in order to focus on initiation mechanisms. A Voronoi tessellation is used to represent the material microstructure. The progressive deterioration is simulated by applying the concept of damage mechanics at grain boundaries (intergranular initiation assumption). A cohesive zone model (CZM) is used to represent the grain boundaries.

This approach has been first applied to a 2D isotropic model. The numerical behavior of cohesive elements has been investigated. The analysis of the influence of the cohesive stiffness (i) allowed setting values to be assigned to the initial stiffness, and (ii) highlighted the similarity between the behavior of the model developed and the behavior of a simplified system whose behavior can be described analytically. The insertion of cohesive elements generates unavoidable singularities at the triple junctions. However, in the proposed approach, the grain boundary is considered as a single entity, and therefore average values along the grain boundary are used to compute damage evolution. This average value becomes mesh independent when refining the mesh.

The representativeness of the original model was improved by modeling crystal anisotropy. A cubic elasticity model was used to represent the behavior of grains. The analysis of a polycrystalline aggregate has shown that the material parameters used at the mesoscopic scale are well representative of the macroscopic behavior of steel.

Finally, a thorough analysis of the application of the damage concept at grain boundaries highlighted that the initial formulation results in a very low influence of the damage on the intergranular shear stress. The analysis previously conducted on the influence of the cohesive stiffness allowed to propose a new formulation leading to a direct influence of the damage on the intergranular shear stress. This new formulation has resulted in (i) a change in the distribution of micro-cracks, with coalescence between the different micro-cracks, and (ii) a large increase in the RCF life estimated by the model. The order of magnitude of the number of cycles corresponding to the first micro-cracks is comparable to that given by experiments.

**Key words:** rolling contact fatigue, damage, cohesive element, microstructure, crystal anisotropy



## Sommaire

Avant-propos.....	5
Contributions scientifiques .....	7
1. Publications.....	7
2. Présentations dans des congrès .....	7
Résumé - abstract.....	8
Sommaire.....	10
Liste des figures .....	13
Liste des tables .....	17
Nomenclature.....	18
1. Notations.....	18
2. Abréviations.....	19
Introduction .....	21
Chapitre I. Intérêt d'une nouvelle approche de modélisation en fatigue de contact.....	23
1. La fatigue de contact.....	27
1.1. Description des différents modes de défaillances mécaniques.....	27
1.2. Défaillance par fatigue de contact.....	29
2. Stratégies de modélisation .....	34
2.1. Modélisation de l'initiation / modélisation de la propagation.....	34
2.2. Échelles de simulations et calcul de microstructures .....	36
2.3. Modèles de zones cohésives .....	37
3. Présentation du modèle proposé.....	38
3.1. Problématique et choix d'une approche .....	38
3.2. Finalité.....	39
3.3. Conclusion .....	40
Chapitre II. Modèle multi-échelle avec endommagement cohésif en fatigue de contact...	43
1. Description du modèle.....	47
1.1. Modélisation multi-échelle du contact roulant.....	47
1.2. Endommagement et fatigue.....	55
2. Analyse et résultats .....	66
2.1. Influence de la raideur des éléments cohésifs .....	66
2.2. Analyse des singularités numériques aux jonctions triples.....	75
2.3. Résultats – initiation de micro-fissures .....	83
3. Conclusion - discussion.....	86
Chapitre III. Vers une deuxième classe de modèle .....	87
1. Modélisation de l'anisotropie au niveau granulaire : élasticité cristalline.....	91

1.1. Modélisation du comportement élastique à l'échelle des grains .....	91
1.2. Analyse du comportement d'un agrégat polycristallin .....	94
1.3. Application au modèle RCF .....	103
2. Analyse sur l'application de la mécanique de l'endommagement aux joints de grain .....	110
2.1. Définition d'un nouveau modèle d'endommagement .....	110
2.2. Influence du modèle d'endommagement : cas du modèle à grains isotropes .....	112
2.3. Application sur le modèle RCF à grains anisotropes .....	117
Conclusions et perspectives .....	119
1. Conclusion .....	119
2. Perspectives .....	120
2.1. Développement .....	120
2.2. Exploitation .....	121
2.3. Remarque .....	121
3. Conclusion personnelle .....	121
Références bibliographiques .....	123
Annexes .....	131
A. Influence des paramètres numériques sur les contraintes .....	133
1. Objectifs et méthode d'analyse .....	133
2. Influence de la taille du massif .....	134
3. Influence de la taille du maillage .....	135
4. Influence de la discrétisation spatiale (paramètre $N_{sub}$ ) .....	136
B. Singularités numériques aux jonctions triples : recherche de solutions .....	138
1. Suppression d'éléments cohésifs .....	138
2. « Suppression » des jonctions triples .....	139
3. Modélisation de joints de grain « solides » .....	140
C. Influence des paramètres numériques sur la durée de vie .....	143
D. Lois constitutives utilisées en élasticité linéaire .....	144
E. Analyse du comportement d'un agrégat polycristallin : compléments .....	145
1. Influence de la forme des grains .....	145
2. Comportement d'un volume élémentaire : grains orientés uniformément .....	145
3. Module de compressibilité macroscopique d'un agrégat polycristallin .....	147
F. Influence des paramètres numériques sur la durée de vie .....	148
G. Influence du paramètre $\Delta D$ en fonction du mode d'application de l'endommagement .....	151
1. Objectifs .....	151
2. Analyse sur un système simplifié .....	151
3. Analyse sur le modèle RCF .....	152
4. Conclusion : .....	153





## Liste des figures

Figure 1 : Fatigue : sollicitation cyclique uniaxiale .....	28
Figure 2 : Fatigue : courbe de Wolher (courbe S-N) .....	28
Figure 3 : Exemples de manifestations des phénomènes d'usures des surfaces .....	29
Figure 4 : Exemples de composants soumis à la fatigue de contact .....	29
Figure 5 : Contact de Hertz : répartition du cisaillement maximum $\tau_{\max}$ .....	30
Figure 6 : Exemples de détérioration de surfaces en fatigue de contact .....	31
Figure 7 : Phases des mécanismes de défaillance en fatigue et méthodes de calcul associées .....	35
Figure 8 : Échelles de modélisation : exemples de description .....	36
Figure 9 : Microfissures intergranulaires sur un bicristal de cuivre (d'après [66]) .....	38
Figure 10 : Principe de simulation de l'endommagement appliqué aux joints de grain .....	39
Figure 11 : Exemple de fissuration et couplage potentiel du modèle actuel avec d'autres modèles .....	40
Figure 12 : Démarche de développement du modèle .....	41
Figure 13 : Contact entre deux corps déformables .....	47
Figure 14 : Distribution de la pression de contact (contact linéique) [67] .....	47
Figure 15 : Modélisation 2D de la pression de contact : pression de Hertz .....	48
Figure 16 : Exemples de distribution de la pression de contact dans différentes configurations .....	49
Figure 17 : Exemple de structure polycristalline .....	49
Figure 18 : Caractérisation surfacique (forme et orientation) des grains ([74]) .....	50
Figure 19 : Étude de la fissuration avec une représentation numérique de la structure granulaire [75] .....	50
Figure 20 : Méthode de création de la géométrie granulaire utilisée dans le modèle .....	51
Figure 21 : Géométrie et conditions aux limites du modèle .....	53
Figure 22 : Maillage utilisé (4 éléments le long de chaque joint de grain) .....	53
Figure 23 : Principe de la simulation d'un cycle de charge .....	54
Figure 24 : Visualisation de la répartition des éléments cohésifs (représentés en rouge) ....	55
Figure 25 : Déplacements relatifs au niveau des zones cohésives (maillage à 1 élément par joint de grain pour l'illustration) .....	56
Figure 26 : Exemples de loi cohésives [83] .....	56
Figure 27 : Loi cohésive utilisée dans le modèle .....	57
Figure 28 : Principe du concept d'endommagement : (d'après [84]) .....	57
Figure 29 : Endommagement : application en traction 1D (d'après [28]) .....	58
Figure 30 : Mécanique de l'endommagement appliquée aux joints de grain .....	58
Figure 31 : Contraintes principales (MPa) dans un massif non endommagé .....	59
Figure 32 : Cisaillement dans les joints de grain (MPa) (FEA 1 : modèle non endommagé) .....	60

Figure 33 : Contrainte de cisaillement lors d'un essai de torsion purement alternée.....	61
Figure 34 : Évolution de l'endommagement ( $\Delta\tau=C^{st}=1\,742\text{ MPa}$ ).....	61
Figure 35 : Résultats d'essais de fatigue en torsion (d'après [85]).....	62
Figure 36 : Implémentation numérique de la méthode « jump in cycles ».....	63
Figure 37 : Implémentation numérique de la méthode pour un système simplifié : 1 joint de grain et $\Delta\tau=C^{st}$ .....	64
Figure 38 : Exemple numérique de la méthode pour un système simplifié : 1 joint de grain et $\Delta\tau=C^{st}$ .....	65
Figure 39 : Influence de l'incrément d'endommagement pour un système simplifié : 1 joint de grain et $\Delta\tau=C^{st}$ .....	65
Figure 40 : Approches utilisées pour l'analyse de la raideur des éléments cohésifs.....	66
Figure 41 : Influence de la raideur cohésive : illustration sur un système simplifié.....	67
Figure 42 : Influence de la raideur cohésive sur la raideur globale du système (approche analytique).....	68
Figure 43 : Critères utilisés pour l'analyse globale sur le modèle RCF.....	70
Figure 44 : Influence des raideurs cohésives sur le comportement global du modèle RCF..	70
Figure 45 : répartition du cisaillement orthogonal $\tau_{xy}$ .....	71
Figure 46 : Évolution du cisaillement intergranulaire le long du joint de grain .....	71
Figure 47 : Cisaillement intergranulaire le long du joint de grain (modèle sans élément cohésif) .....	72
Figure 48 : Influence des raideurs cohésives ( $K_n = K_t$ ) .....	72
Figure 49 : Influence de la raideur tangentielle sur le cisaillement intergranulaire .....	73
Figure 50 : Influence des raideurs cohésives et de la méthode de détection .....	75
Figure 51 : Modèles simplifiés à champ de contrainte homogène.....	76
Figure 52 : cisaillement intergranulaire le long des grains de forme carrée.....	77
Figure 53 : Cisaillement intergranulaire le long des grains de forme hexagonale.....	77
Figure 54 : Illustration du phénomène d'incompatibilité aux jonctions triples.....	78
Figure 55 : Influence du rapport de raideurs cohésives sur la répartition du cisaillement intergranulaire.....	79
Figure 56 : Influence du cas de charge et de la géométrie sur la répartition du cisaillement intergranulaire.....	80
Figure 57 : Influence du maillage et de la méthode de détection sur la répartition du cisaillement intergranulaire.....	81
Figure 58 : Synthèse des paramètres du modèle de base .....	83
Figure 59 : Répartition des premières micro-fissures .....	84
Figure 60 : Durée de vie : évolution du nombre de micro-fissures en fonction du nombre de cycles.....	84
Figure 61 : Localisation des premiers micro-fissures au niveau du cisaillement orthogonal maximum .....	85
Figure 62 : Répartition et évolution des différentes contraintes de cisaillement.....	85

Figure 63: Exemple de réseaux cristallins .....	91
Figure 64 : Structure cubique centrée .....	92
Figure 65 : Modèles de VER.....	94
Figure 66 : Angles d'Euler (documentation ANSYS).....	95
Figure 67: Orientation des grains du VER.....	95
Figure 68 : Déplacements du VER en traction uniaxiale.....	96
Figure 69 : Contraintes et déformations (échelle mésoscopique) dans le VER.....	97
Figure 70 : Maillages .....	97
Figure 71 : Résultats à l'échelle mésoscopique .....	98
Figure 72 : Systèmes de coordonnées : Cristal et VER 2D .....	99
Figure 73: Influence de l'orientation sur le module d'Young.....	99
Figure 74: Module d'Young du VER 3D .....	100
Figure 75 : Coefficient de Poisson du VER 3D.....	100
Figure 76 : Description des modèles.....	101
Figure 77 : Résultats (module d'Young) à l'échelle macroscopique.....	102
Figure 78 : Résultats (coefficient de Poisson) à l'échelle macroscopique.....	102
Figure 79 : Exemple d'orientation des grains du modèle RCF.....	103
Figure 80 : Influence de l'anisotropie sur le déplacement vertical (direction y) ( $\mu\text{m}$ ).....	104
Figure 81 : Influence de l'anisotropie sur la répartition du cisaillement : $\tau_{xy}$ et $\tau_{\text{max}}$ (MPa).....	104
Figure 82 : Influence du maillage sur les maximums de contraintes (modèle anisotrope).....	105
Figure 83 : Influence de l'anisotropie sur le cisaillement intergranulaire (modèle non endommagé).....	106
Figure 84 : Influence du maillage sur le cisaillement intergranulaire (Time = 0,35).....	106
Figure 85 : Influence de l'anisotropie sur la distribution des micro-fissures.....	108
Figure 86 : Influence de l'anisotropie sur la durée de vie .....	108
Figure 87 : Application de l'endommagement : comparaison système continu et système avec élément cohésif.....	110
Figure 88 : Influence de l'endommagement sur le cisaillement transmis.....	111
Figure 89 : Influence de l'endommagement sur le cisaillement transmis et sur la raideur.....	112
Figure 90 : Influence du mode d'application de l'endommagement sur l'apparition des micro-fissures.....	113
Figure 91 : Influence de la méthode d'application de l'endommagement sur l'évolution du cisaillement intergranulaire.....	114
Figure 92 : Influence de l'incrément d'endommagement (endommagement appliqué sur la raideur).....	115
Figure 93 : Influence de l'incrément d'endommagement $\Delta D$ (endommagement appliqué sur $\tau$ ).....	115
Figure 94 : Distribution des micro-fissures : influence de l'anisotropie (endommagement appliqué sur $\tau$ ).....	117

Figure 95 : Influence de l'anisotropie sur la durée de vie .....	117
Figure 96 : Démarche de développement du modèle : rappel pour conclusions et perspectives .....	120
Figure 97 : Cercles de Mohr et cisaillement maximum.....	133
Figure 98 : Répartition de $\tau_{\max}$ (MPa) (pression de hertz centrée sur la zone granulaire)...	134
Figure 99 : Modèle à hexagones réguliers : géométrie et maillage .....	134
Figure 100 : Influence de la taille du massif $\lambda$ sur le cisaillement maximum.....	135
Figure 101 : Maillages des grains.....	135
Figure 102 : Répartition de $\tau_{\max}$ et évolution de la valeur maxi (en MPa) : influence du maillage .....	136
Figure 103 : Répartition de $\tau_{\max}$ et évolution de la valeur maxi (en MPa) : influence de $N_{\text{sub}}$ 137	
Figure 104 : Sur-contrainte aux jonctions triples .....	138
Figure 105 : Suppression d'éléments cohésifs aux jonctions triples .....	138
Figure 106 : Influence de la suppression d'éléments cohésifs aux jonctions triples .....	139
Figure 107 : Singularité engendrée par la suppression d'éléments cohésifs .....	139
Figure 108 : Modèle sans matière aux jonctions triples : géométrie et maillage .....	140
Figure 109 : Influence de la suppression des jonctions triples.....	140
Figure 110 : Modèle avec représentation physique des joints de grains .....	141
Figure 111 : Modèle avec joint « solide » : répartition des contraintes .....	141
Figure 112 : Modèle avec joint « solide » : répartition de la contrainte $\sigma_y$ (MPa) .....	142
Figure 113 : Maillages utilisés.....	143
Figure 114 : Influence des paramètres numériques sur la durée de vie (modèle initial).....	143
Figure 115 : Influence de la forme des grains sur le comportement macroscopique du VER 2D .....	145
Figure 116 : Conditions aux limites appliquées sur le VER 2D avec orientation uniforme des grains.....	146
Figure 117 : Déplacement dans la direction $x$ ( $\mu\text{m}$ ) (orientation $30^\circ$ ).....	146
Figure 118: Déplacement et contrainte dans un VER soumis à une pression hydrostatique	147
Figure 119 : Influence des paramètres numériques : endommagement appliqué sur $K$ et grains anisotropes.....	148
Figure 120 : Influence des paramètres numériques : endommagement appliqué sur $\tau$ et grains isotropes .....	149
Figure 121 : Influence des paramètres numériques : endommagement appliqué sur $\tau$ et grains anisotropes.....	149
Figure 122 : Influence du paramètre $\Delta D$ , grains isotropes (rappel).....	151
Figure 123 : Système simplifié avec déplacement imposé d'amplitude constante .....	151
Figure 124 : Application de l'endommagement : comparaison système continu et système avec élément cohésif.....	152
Figure 125 : Influence du paramètre $\Delta D$ sur l'endommagement et le cisaillement intergranulaire .....	153

## Liste des tables

Table 1 : Caractéristiques élastiques isotropes.....	52
Table 2 : Paramètres matériau de la loi d'endommagement.....	60
Table 3 : Exemple numérique de la méthode pour un système simplifié : 1 joint de grain et $\Delta\tau=C^{st}$ .....	64
Table 4 : Raideur des différents systèmes simplifiés.....	67
Table 5 : Raideurs extrêmes des éléments cohésifs (approche analytique sur un système simplifié).....	69
Table 6 : Raideurs normales et tangentielles des éléments cohésifs.....	73
Table 7 : Caractéristiques générales du modèle de base.....	83
Table 8: Constantes caractéristiques de la ferrite (Courtney [97]).....	93
Table 9: Caractéristiques mécaniques du crystal (Courtney [97]).....	93
Table 10: Caractéristiques mécaniques d'un agrégat de ferrite statistiquement homogène.....	93
Table 11: Conditions aux limites du modèle 2D.....	95
Table 12: Conditions aux limites du modèle 3D.....	96
Table 13: Analyse au niveau macroscopique (contraintes – déformations – constantes matériau).....	97
Table 14: Influence du maillage sur le comportement macroscopique du VER.....	98
Table 15: Influence de la taille du maillage sur la valeur moyenne du cisaillement intergranulaire (Time= 0,35).....	107
Table 16: Synthèse des modèles utilisés pour les différentes annexes.....	131
Table 17: Influence des paramètres numériques : valeurs utilisées.....	143
Table 18: Exemple d'analyse et de détermination du module d'Young (orientation 30°)....	146
Table 19: Conditions aux limites associées à une pression hydrostatique.....	147

## Nomenclature

### 1. Notations

$\nu$	Coefficient de Poisson	
$\sigma$	Contrainte normale	MPa
$\tau$	Contrainte tangentielle	MPa
$\lambda$	Nombre adimensionnel caractérisant la taille des modèles	
$\delta_{HP}$	Déplacement de la pression de Hertz entre chaque résolution (substep) lors du balayage	$\mu\text{m}$
$\tau_{\max}$	Cisaillement maximum 2D	MPa
$\sigma_r$	Paramètre matériau de la loi d'endommagement	MPa
$\Delta\tau$	Critère d'endommagement	MPa
$a$	Demi-largeur de contact	$\mu\text{m}$
$D$	Endommagement	
$E$	Module d'Young	MPa
$G$	Module de cisaillement	MPa
$K_n$	Raideur normale des EC	MPa/mm
$K_s$	Raideur d'un élément solide	MPa/mm
$K_t$	Raideur tangentielle des EC	MPa/mm
$K_{t0}$	Raideur tangentielle initiale des EC	MPa/mm
$K_{tf}$	Raideur tangentielle des EC totalement endommagés	MPa/mm
$L_g$	Taille des grains	$\mu\text{m}$
$L_{HP}$	Longueur balayée par le centre de la pression de hertz	$\mu\text{m}$
$m$	Paramètre matériau de la loi d'endommagement	
$N$	Nombre de cycles réels	
$N_{FEA}$	Nombre de passage de charge simulés	
$N_{sub}$	Nombre de substep pour une simulation (FEA)	

$P_0$	Valeur maximale de la pression de Hertz	MPa
Time	Variable adimensionnel caractéristique de la position de la pression de Hertz	

## 2. Abréviations

CZM	Modèle à zones cohésives
EC	Élément cohésif
FEA	Analyse éléments finis (1 FEA correspond à la simulation d'un passage de charge)
ISS	Cisaillement intergranulaire (Intergranular shear stress)
RCF	Rolling Contact Fatigue
VER	Volume élémentaire représentatif
X-FEM	Méthode des éléments finis étendus





# Introduction

Le phénomène de fatigue est actuellement une des causes principales de rupture des structures. En effet, si un dimensionnement adéquat permet de supprimer la défaillance par rupture brutale, la défaillance par fatigue reste souvent inéluctable. La compréhension des mécanismes d'endommagement et la prédiction de la durée de vie constitue un enjeu majeur pour la conception des composants. Parmi les différents phénomènes de fatigue, la fatigue de contact est en particulier un des modes de défaillances prédominants des composants soumis à des pressions répétées. Ce mode de défaillance apparaît en particulier dans le domaine ferroviaire (contact roue rail) et dans le domaine des transmissions mécaniques (engrenages, roulements).

La prédiction de la durée de vie en fatigue de contact est depuis longtemps le sujet d'un très grand nombre de travaux de recherche. Dans le domaine des roulements, le premier modèle de prédiction résulte des travaux de Lundberg et Palmgren au milieu du XXème siècle [1]. Malgré ces nombreux travaux, l'analyse de la défaillance en fatigue de contact constitue toujours un sujet d'actualité. Cet intérêt croissant pour la prédiction de la durée de vie est en outre dû à l'augmentation des demandes en termes de performance (température, chargement, vitesse de rotation, ...). Ces demandes sont souvent associées à la volonté de limiter la masse des composants. L'apparition de nouveaux modes de défaillance est également la source d'un certain nombre de travaux de recherche. On peut par exemple citer les fissures de phases blanches (WEC) associées aux ruptures prématurées de roulement dans les éoliennes ([2], [3]). Enfin, l'optimisation de la maintenance de certains composants tels que les rails de chemin de fer nécessitent une meilleure connaissance des mécanismes et processus d'endommagement ([4] ; [5]).

Au vu de cet intérêt pour la compréhension des différents mécanismes d'endommagement, et pour la prédiction de la durée de vie, un modèle numérique basé sur une approche différente de celles correspondant à un modèle éléments finis classique est actuellement en cours de développement. Ce mémoire est une synthèse des premiers travaux effectués dans le cadre de ce développement. Il est divisé en trois chapitres.

Le premier chapitre permet de positionner l'approche proposée par rapport aux mécanismes d'endommagement observés en fatigue de contact et par rapport aux différentes stratégies de modélisation généralement utilisées. L'analyse bibliographique effectuée conduit à définir une modélisation à l'échelle des grains de la microstructure, avec simulation de l'endommagement progressif des joints de grains modélisés par la méthode des zones cohésives. La finalité du modèle et la démarche de développement sont présentées dans ce premier chapitre.

Le deuxième chapitre est consacré à la description du premier modèle développé qui sera appelé modèle 1 ou modèle initial. Ce modèle repose volontairement sur des hypothèses très simplificatrices. Les différentes hypothèses de modélisation y sont développées. Ce modèle initial permet une analyse du comportement numérique des éléments cohésifs : influence des raideurs cohésives et apparition de singularités numériques. Les résultats obtenus avec ce premier modèle montrent la faisabilité d'une telle approche et l'intérêt de la poursuite de son développement.

Enfin, le troisième chapitre décrit deux modifications apportées à ce modèle afin de le rendre plus représentatif de la réalité. La première concerne la prise en compte de l'anisotropie au niveau des grains, la seconde le mode d'application de l'endommagement aux joints de grain.



## **Chapitre I.**

# **Intérêt d'une nouvelle approche de modélisation en fatigue de contact**

<b>1. La fatigue de contact</b>	<b>27</b>
1.1. Description des différents modes de défaillances mécaniques	27
1.1.1. Généralités sur les modes de défaillances	27
1.1.2. Défaillance par rupture en fatigue	27
1.1.3. Défaillance par détérioration des surfaces : phénomène d'usure	28
1.2. Défaillance par fatigue de contact	29
1.2.1. Mécanismes d'endommagement	29
1.2.2. Modèles de calcul de la durée de vie	31
1.2.3. Influence de la microstructure en fatigue de contact	33
1.2.4. Conclusion	34
<b>2. Stratégies de modélisation</b>	<b>34</b>
2.1. Modélisation de l'initiation / modélisation de la propagation	34
2.1.1. Mécanique de l'endommagement / mécanique de la rupture	34
2.1.2. Application à la fatigue de contact	35
2.2. Échelles de simulations et calcul de microstructures	36
2.2.1. Échelles de simulations	36
2.2.2. Calcul de microstructures	37
2.3. Modèles de zones cohésives	37
<b>3. Présentation du modèle proposé</b>	<b>38</b>
3.1. Problématique et choix d'une approche	38
3.2. Finalité	39
3.3. Conclusion	40

Ce chapitre comporte 3 parties. Il permet de définir les principaux objectifs du modèle en cours de développement et de préciser les choix de modélisation effectués.

La première partie est consacrée à la description du phénomène de fatigue de contact. La défaillance par fatigue de contact est tout d'abord positionnée parmi les différents modes de défaillance d'une structure ; elle peut être classée à la fois comme un mode de défaillance en fatigue et comme un mode de défaillance par détérioration des surfaces. Après une description générale de ces deux derniers modes de défaillance, la fatigue de contact est ensuite décrite plus précisément (mécanismes d'endommagement et modèles de calcul de la durée de vie). Cet état des lieux met en évidence l'absence de modèles prédictifs complets. Cette absence découle de la diversité et de la complexité des mécanismes de rupture et en particulier des mécanismes d'initiation qui se produisent à l'échelle des grains. Un modèle numérique se focalisant sur l'initiation à l'échelle granulaire permettrait d'améliorer la compréhension de ces mécanismes et de contribuer à l'élaboration d'un modèle prédictif complet.

La deuxième partie propose alors une synthèse des stratégies de modélisation en fatigue. Elle a pour objectif de positionner les différentes méthodes en fonction (i) de l'étape du processus de rupture modélisée (initiation ou propagation) et (ii) de l'échelle de simulation. Un paragraphe est également consacré à l'utilisation des modèles à zones cohésives (CZM), modèles fréquemment utilisés dans la simulation de la propagation.

La dernière partie décrit finalement le modèle en cours de développement : le choix de l'approche proposée, sa finalité et la démarche suivie. Cette partie permet entre autre de situer les modèles présentés dans ce mémoire par rapport aux objectifs du projet.



## 1. La fatigue de contact

### 1.1. Description des différents modes de défaillances mécaniques

#### 1.1.1. Généralités sur les modes de défaillances

Pour préciser la notion de défaillance, on peut reprendre la définition donnée dans une des publications du centre technique des industries mécaniques (Cetim) [6] : « dans le sens le plus large, on peut dire qu'il y a défaillance lorsqu'une pièce ou un ensemble n'est plus apte à remplir la fonction qui lui a été assignée ».

Si l'on considère le cas particulier des défaillances mécaniques, celles-ci peuvent être classées en plusieurs catégories. Les deux catégories fréquemment utilisées sont :

- les défaillances dues aux déformations des pièces. Le déplacement global de certaines structures doit être inférieur à une certaine valeur pour permettre son bon fonctionnement (exemple d'un télescope). Lorsque l'on cherche à éviter ce genre de défaillance, on parle alors de dimensionnement en rigidité. Les défaillances en déformation peuvent également être dues à des déformations plastiques localisées ou à des phénomènes de fluage.
- Les défaillances par rupture des pièces. On parle alors de dimensionnement en résistance. On distingue deux principaux types de défaillance par rupture : (i) la rupture due à un chargement monotone croissant ou à un choc, et (ii) la rupture due à un chargement répétitif, appelée rupture par fatigue. D'autres types de rupture peuvent également se produire tels que la rupture par fluage.

On peut également ajouter une troisième catégorie de défaillances :

- les défaillances par détérioration des surfaces. Cette catégorie concerne différents phénomènes qui peuvent être regroupés car ils conduisent tous à une détérioration superficielle de la structure. Des exemples sont donnés sur la Figure 3.

La fatigue de contact peut être classée à la fois comme une rupture en fatigue, et comme une rupture par détérioration de surface. Ces deux modes de défaillance sont décrits de façon plus détaillée dans les paragraphes suivants.

#### 1.1.2. Défaillance par rupture en fatigue

La rupture en fatigue est un mode de défaillance qui se produit lorsqu'un composant est soumis à des chargements répétés. C'est ce mode de défaillance qui limite la durée de vie d'un composant si celui-ci a été « correctement » dimensionné et a été utilisé dans des conditions « normales ».

Pour illustrer la notion de fatigue, on considère une éprouvette de traction soumise à une contrainte de traction sinusoïdale (Figure 1). Cette figure précise la notion de contrainte moyenne et de contrainte alternée.



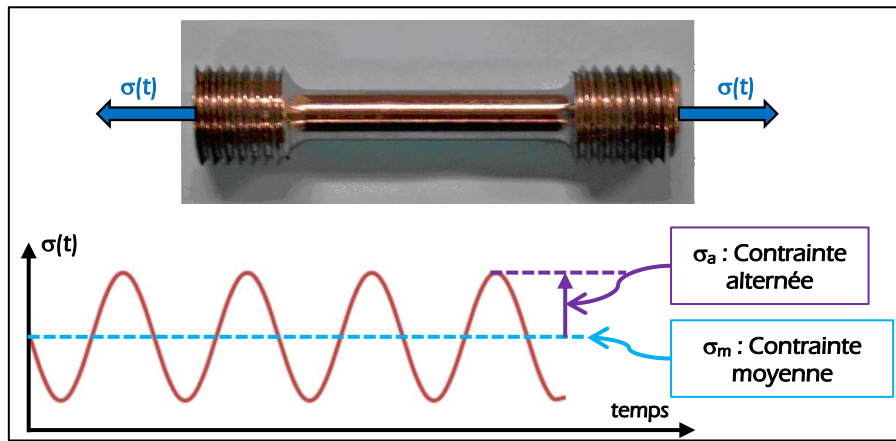


Figure 1 : Fatigue : sollicitation cyclique uniaxiale

La rupture de cette éprouvette se produira même pour des valeurs de contrainte bien inférieure à celle de la limite élastique. Il suffit pour cela de soumettre l'éprouvette à un nombre de cycles plus ou moins important en fonction de la valeur de la contrainte appliquée.

La résistance d'un matériau à la fatigue peut être caractérisée par une courbe de Wöhler ou courbe S-N (Stress- Number of cycles) (Figure 2). Cette courbe représente la valeur de la contrainte alternée correspondant à la rupture pour un nombre de cycle donné. Cette courbe est obtenue pour une contrainte moyenne donnée.

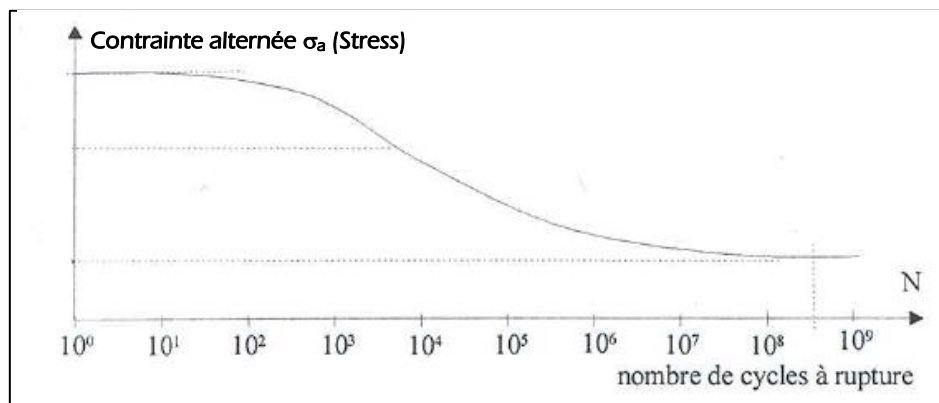


Figure 2 : Fatigue : courbe de Wolher (courbe S-N)

### 1.1.3. Défaillance par détérioration des surfaces : phénomène d'usure

L'usure d'une surface peut être définie comme un phénomène local caractérisé par un enlèvement de matière. Les différentes formes d'usure des surfaces peuvent être classées en plusieurs catégories ([6], [7]) :

- l'usure par adhésion ou grippage : cette usure est favorisée entre autre par l'accroissement de la pression de contact ou par une mauvaise lubrification (Figure 3a).
- L'usure par abrasion : cette usure est fortement liée à la dureté des pièces en contacts et peut être due à la présence d'un troisième corps dans l'interface. Elle peut être en particulier réduite par les choix de matériaux ou les traitements de surfaces appliqués à ces matériaux (Figure 3b).
- La fatigue de contact : ce mode de détérioration est dû à l'application de sollicitations répétées sur la surface qui entraîne un phénomène de fatigue. Ce mode de défaillance sera décrit plus précisément dans le paragraphe suivant (1.2. ).
- L'usure en *fretting* : cette usure se produit lorsque deux corps sont soumis à des mouvements relatifs de faibles amplitudes. Elle se produit fréquemment sur les

assemblages frettés. Le terme *fretting corrosion* est souvent employé dû à la corrosion des débris d'usure (Figure 3c).

- D'autres formes d'usure peuvent également se produire telle que l'usure par érosion qui résulte de l'enlèvement de matière par un fluide chargé en particules, ou l'usure par cavitation due aux ondes de choc liées au phénomène de cavitation.

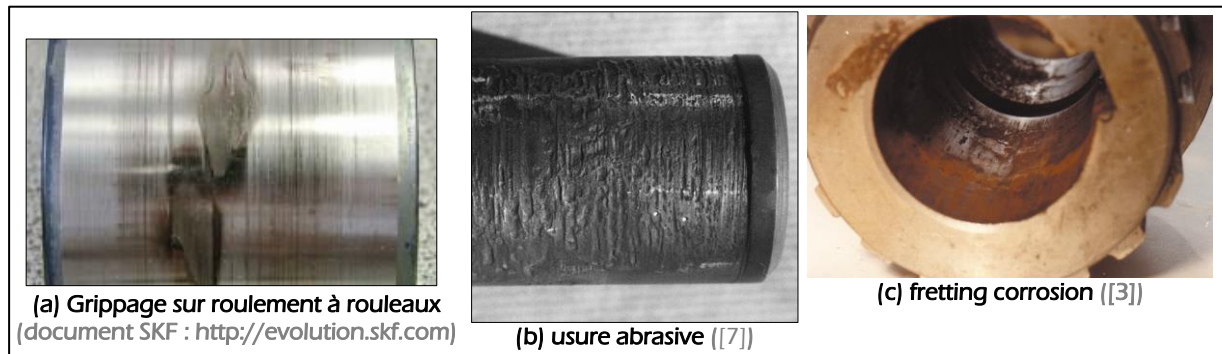


Figure 3 : Exemples de manifestations des phénomènes d'usures des surfaces

## 1.2. Défaillance par fatigue de contact

### 1.2.1. Mécanismes d'endommagement

#### 1.2.1.1. Origine de la fatigue de contact

La rupture en fatigue de contact apparaît lorsqu'un composant est soumis à des pressions de contact répétées. Dans ce travail, on s'intéresse plus particulièrement au cas d'une pression de contact qui se déplace : on parle alors de fatigue de contact de roulement, ou *Rolling Contact Fatigue* (RCF) en anglais. Cette fatigue de contact de roulement concerne en particulier le domaine des transmissions mécaniques, roulements et engrenages, et le domaine ferroviaire avec le contact roue rail (Figure 4). Dans la reste de ce mémoire, on utilisera uniquement le terme fatigue de contact, même s'il désigne plus particulièrement la fatigue de contact de roulement.

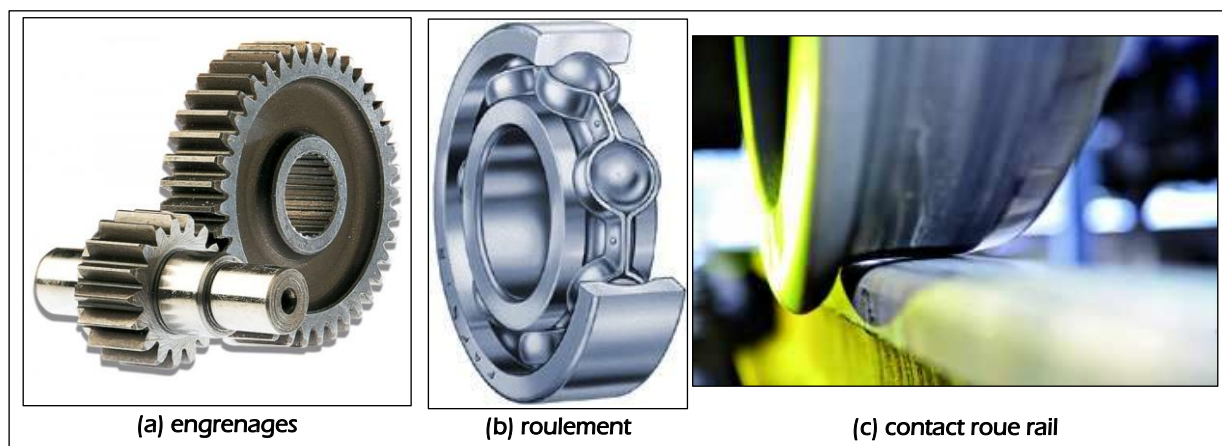
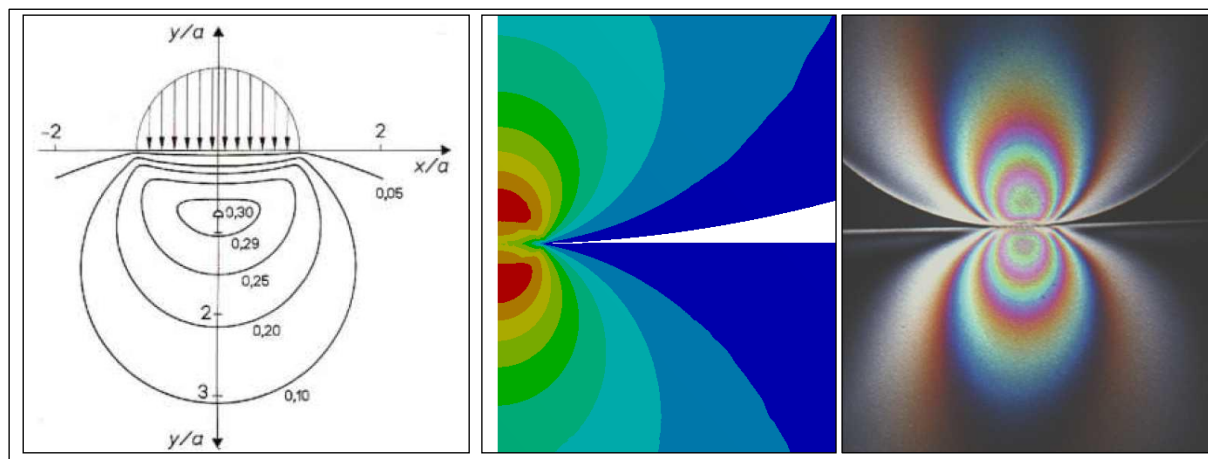


Figure 4 : Exemples de composants soumis à la fatigue de contact

La fatigue de contact a pour origine les contraintes générées localement par le contact entre deux solides. Dans le cas d'un contact parfait de type hertzien sans frottement, les contraintes maximales sont localisées en sous couche (Figure 5) ; les fissures sont alors initiées dans cette même zone.



(a) résultats analytiques (théorie de Hertz)

(b) résultats numériques

(c) Photoélasticimétrie ([8])

Figure 5 : Contact de Hertz : répartition du cisaillement maximum  $\tau_{\max}$ 

### 1.2.1.2. Terminologie

Dans un contact réel, la répartition du champ de contrainte dépend de nombreux paramètres et peut être très différente de celle du contact hertzien parfait. Cela conduit à l'existence d'un grand nombre de mécanismes d'endommagement et de facies de détérioration ([9]) (Figure 6). Les types d'endommagement sont souvent classés suivant l'origine de cette initiation et peuvent ainsi être classés en deux catégories.

- Détérioration initiée en sous couche : lorsque le champ de contrainte est proche de celui correspondant à un contact hertzien parfait (bonne lubrification et faible rugosité), les contraintes maximales, donc l'initiation des fissures se situent en sous couche.
- Détérioration initiée en surface : de nombreux paramètres (frottement, état de surface, ...), peuvent modifier la répartition des contraintes et rapprocher le cisaillement maximal de la surface de contact. L'initiation se produit alors dans cette zone, proche de la surface.

Concernant la désignation de ces différents phénomènes, il n'existe pas actuellement de terminologie unanimement reconnue, en particulier en ce qui concerne l'utilisation des termes anglais *spalling* et *pitting*. La terminologie suivante a cependant été utilisée par un certain nombre d'auteurs :

- *Spalling* : terme associé à un endommagement initié en sous couche. Ce mode d'endommagement se manifeste par la formation d'écailles de dimension de l'ordre de grandeur de la largeur de contact.
- *Pitting* : terme associé à un endommagement initié en surface. Cet endommagement conduit à la formation de micro écailles dont la taille est d'un ordre de grandeur 10 fois plus petit que celui des écailles. Le terme *pitting* peut désigner :
  - La formation des micro-écailles initiales (Ding et Rieger [10], Baratto et al. [6], Tricot [11]). La généralisation de ces micro-écailles correspond au phénomène de *peeling*.
  - La formation d'une écaille après propagation en profondeur de la micro-écaille initiée en surface (Olver [9], Santus et al. [12]). Dans ce cas, lorsque les microécailles généralisent en surface sans se propager en profondeur (*peeling*), on parle alors de *micropitting*.

Cette terminologie n'est pas universelle, et les termes *pitting* et *spalling* sont parfois employés comme synonymes.

La fatigue de contact peut se manifester par d'autres modes de détérioration, tels que la détérioration par décollement de couche (*case crushing*). Ce mode de détérioration concerne particulièrement les aciers ayant subi des traitements thermiques.

Les termes *spalling* et *pitting* sont surtout utilisés dans le domaine des transmissions. Une autre terminologie est utilisée dans le domaine ferroviaire : on parle par exemple de *gauge corner cracking* pour l'apparition de petites fissures parallèles sur le rail, ou de *squats* dans le cas d'un affaissement local au centre de ce rail ([13]).

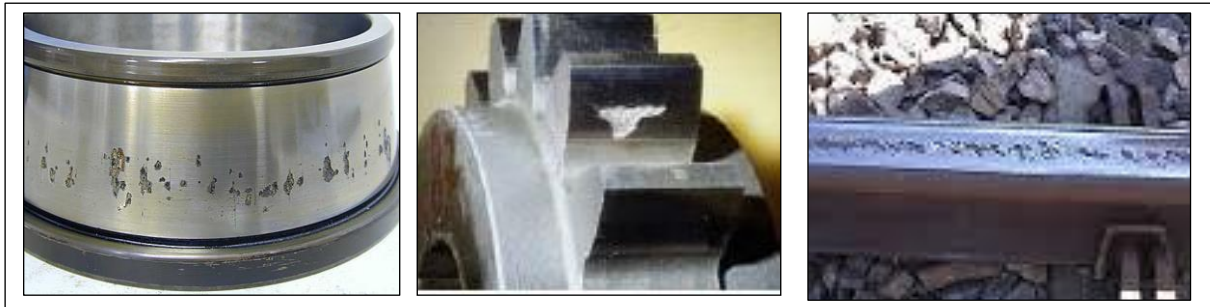


Figure 6 : Exemples de détérioration de surfaces en fatigue de contact

#### 1.2.1.3. Paramètres influents

L'état de contrainte représenté sur la Figure 5 correspond à un contact « parfait » entre deux solides. L'état de contrainte réel, donc les mécanismes de défaillance et les durées de vie correspondantes sont influencés par de nombreux paramètres. Parmi ceux-ci on peut citer :

- l'état de surface (rugosité) : son influence sur la durée de vie a été mise en évidence notamment par Soda et Yamamoto [14] ; l'analyse de l'influence de cet état de surface sur le contact a donné lieu à de nombreux travaux parmi lesquels on peut citer ceux de Polonski et al. [15], et de Morales-Espejel et al. [16].
- La lubrification : l'état de contrainte et la durée de vie dépendent de paramètres tels que le type de lubrifiant [17], les conditions d'utilisation [18], la présence d'additifs [19], et la contamination [20].
- Les traitements thermiques et/ou mécaniques appliqués au matériau : on peut citer ici l'influence bénéfique du grenaillage ou à contrario l'oxydation intergranulaire qui peut apparaître lors d'un traitement thermique dans un four atmosphérique (Rabaso et al. [21]). L'influence bénéfique du grenaillage est notamment due à la génération de contraintes résiduelles lors de ce grenaillage. L'effet bénéfique des contraintes résiduelles a été confirmé par Allison et al. [22].

#### 1.2.2. Modèles de calcul de la durée de vie

##### 1.2.2.1. Introduction

Dans ce paragraphe, ne sont évoqués que les modèles s'appliquant au calcul de la durée de vie des roulements. En effet, la fatigue de contact est le mode de défaillance principal des roulements, lorsque le choix du roulement a été correctement effectué et que son exploitation s'est déroulée dans des conditions « normales » : la fatigue peut alors être considérée comme la « mort » naturelle du composant.

Pour répondre aux besoins industriels croissants, le développement de modèles de prédiction de la durée de vie a débuté au milieu du XX<sup>ème</sup> siècle. Depuis, de très nombreux modèles ont été développés (revue de Sadeghi et al. [23]). L'intérêt actuel est de disposer « d'outils de conception performants permettant d'ajuster le mieux possible, et au plus juste le besoin à l'offre » ([24]).

Comme pour tout phénomène de fatigue, la défaillance par fatigue de contact présente un aspect aléatoire. La notion de probabilité de défaillance ou de probabilité de survie est alors utilisée. La durée de vie est alors souvent caractérisée par la quantité  $L_{10}$ , représentant le nombre de cycles correspondant à une fiabilité de 90%, c'est-à-dire à une probabilité de défaillance de 10%.



### 1.2.2.2. Bref historique des modèles de prédiction de la durée de vie

Les différents modèles développés peuvent être classés en deux catégories en fonction de l'approche utilisée. La première catégorie concerne les modèles basés sur l'exploitation de résultats expérimentaux, la seconde, les modèles basés sur une approche analytique.

Le premier modèle (approche expérimentale) est celui de Lundberg et Palmgren [1]. La probabilité de survie  $S$  d'un roulement soumis à  $N$  cycles est fonction de la valeur maximale  $\tau_0$  de la contrainte de cisaillement orthogonal  $\tau_{xy}$ , et de la profondeur  $z_0$ , à laquelle s'exerce ce cisaillement maximal (éq. 1). Dans cette équation,  $V$  représente le volume du matériau soumis à la contrainte et  $A, e, c, h$  sont des paramètres matériau.

$$\ln\left(\frac{1}{S}\right) = A \frac{N^e \tau_0^c V}{z_0^h} \quad \text{éq. 1}$$

Ce premier modèle basé sur l'hypothèse d'un contact hertzien parfait ne permet pas de prendre en compte de nombreux paramètres (présence de frottement, rugosité de l'état de surface, ...) et est limité à l'initiation en sous couche.

De nombreuses modifications ont été apportées à ce premier modèle afin de le rendre plus représentatif des conditions de contact dans un roulement et des modes de défaillances observés. À titre d'exemple, on peut citer Ioannides et Harris qui ont défini un modèle permettant d'introduire une durée de vie quasiment infinie, afin de prendre en compte l'augmentation de la qualité des roulements [25].

L'approche analytique est plus récente, et le premier modèle a été développé en 1983 par Keer et Bryant [26]. L'intérêt de l'approche analytique par rapport à l'approche expérimentale est que cette méthode permet une meilleure compréhension des mécanismes d'endommagement. Cependant les modèles analytiques développés comportent forcément des hypothèses, hypothèses qui sont souvent trop restrictives pour permettre à ces modèles d'être représentatifs de tous les mécanismes d'endommagement observés.

### 1.2.2.3. Norme ISO 281

La norme permettant le calcul de la durée de vie des roulements est la norme ISO 281 [27]. Cette norme est basée sur le modèle de Lundberg et Palmgren [1] (éq. 1). Ce modèle permet d'exprimer la durée de vie  $L_{10}$  en fonction des caractéristiques du roulement  $C$ , et de la charge appliquée  $P$  (éq. 2). Dans cette équation,  $C$  représente la capacité de charge (ou charge radiale dynamique de base) qui est la charge correspondant à une durée de vie nominale de 1 million de cycles, et  $P$ , la charge équivalente prenant en compte des paramètres tels que la force axiale ;  $n$  est un paramètre fonction du type de roulement ( $n=3$  pour les roulements à billes).

$$L_{10} = \left(C/P\right)^n \quad \text{éq. 2}$$

À partir de la formulation précédente (éq. 2), la norme permet d'obtenir la durée de vie pour un cas quelconque par l'intermédiaire de l'introduction de facteurs de corrections (éq. 3). Ces facteurs sont les suivants :

- $a_1$  : coefficient correcteur pour une fiabilité différente de 90 % ;
- $a_2$  : coefficient correcteur fonction du matériau utilisé ;
- $a_3$  : coefficient correcteur fonction des conditions de fonctionnement.

$$L_{na} = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot L_{10} \quad \text{éq. 3}$$

En 2007, cette norme a été modifiée en introduisant un nouveau coefficient  $a_{iso}$ , facteur de correction lié aux conditions de fonctionnement (éq. 4). Ce facteur de correction dépend

de la pureté du lubrifiant ( $e_c$ ), de la charge limite à la fatigue ( $C_u$ ), de la charge dynamique équivalente ( $P$ ) et du régime de lubrification ( $\kappa$ ) (éq. 5).

$$L_{nm} = a_1 \cdot a_{iso} \cdot L_{10} \quad \text{éq. 4}$$

$$a_{iso} = f\left(\frac{e_c \cdot C_u}{P}, \kappa\right) \quad \text{éq. 5}$$

Ces facteurs de correction sont issus du savoir-faire des roulementiers et nécessitent de nombreux essais, ce qui donne à cette norme un caractère largement empirique.

### 1.2.3. Influence de la microstructure en fatigue de contact

#### 1.2.3.1. Mécanismes de rupture en fatigue

La rupture en fatigue d'un système est un processus qui peut être décomposé en un certains nombres de phases. Les mécanismes physiques associés à chaque phase sont décrits dans de nombreux ouvrages tels que celui de Lemaitre et al. [28]. Parmi ces différentes phases, on peut distinguer les trois étapes suivantes :

- détérioration locale et amorçage des premières microfissures : cette étape correspond à l'apparition de déformations plastiques localisées au niveau de certains grains. Ces déformations plastiques apparaissent même pour des contraintes macroscopiquement inférieures à la limite élastique. Ces déformations plastiques s'accumulent, avec apparition fréquente de bandes de glissement jusqu'à l'apparition des premières microfissures.
- Croissance des microfissures : les différentes microfissures se propagent de façon intra ou intergranulaire.
- Propagation d'une macrofissure : à partir d'une certaine taille, une des différentes microfissures se développe de façon préférentielle en déchargeant les autres microfissures. La croissance est lente dans un premier temps (stries de fatigue) puis très rapide jusqu'à la rupture brutale lorsqu'elle a atteint une taille critique.

La première partie du processus de rupture en fatigue, jusqu'à l'apparition d'une macrofissure, se déroule donc à l'échelle des grains ; les mécanismes associés sont donc fortement liés à la microstructure du matériau.

#### 1.2.3.2. Microstructure et fatigue de contact

En ce qui concerne la fatigue de contact, le rôle de la microstructure des matériaux est d'autant plus important, que dans ce cas les processus de détérioration sont très souvent associés à des changements microstructuraux. Les manifestations suivantes sont fréquemment observées :

- les zones sombres (*dark etching areas*) : ces zones sont localisées au niveau de la position du cisaillement maximum et apparaissent pour des contraintes élevées. ([29]).
- Les phases blanches (*white etching Areas*) : elles correspondent à des zones fortement écrouies par réarrangement de dislocations et sont composées de grain de nanoferrite ([30]). Lorsque ces taches se développent autour d'inclusions, elles prennent la forme d'ailes de papillon (*Butterfly*) orientées à 45°.

Un autre phénomène lié aux phases blanches a été observé plus récemment, notamment dans le cas de rupture prématurée de roulements dans les éoliennes. Il s'agit de réseaux de fissures entourés de phases blanches appelées *white etching cracks* (WEC) ([2], [3]).

L'étude de ces mécanismes d'initiation est rendue très difficile par la complexité de la microstructure des aciers utilisés dans les roulements. Afin d'améliorer leurs propriétés mécaniques, ces aciers subissent des traitements thermiques qui se traduisent par la présence d'au minimum quatre phases différentes : la martensite, l'austénite résiduelle, des carbures primaires, et des carbures secondaires. Ces traitements non seulement modifient la

microstructure du matériau (création de plusieurs phases et modification locale des propriétés mécaniques), mais génèrent également des contraintes résiduelles.

Concernant le rôle de la microstructure en fatigue de contact, on peut également citer l'influence de la taille de grains. Des essais sur machines bi-disques ont en effet mis en évidence l'effet de cette taille de grain dans le cas d'aciers nitrurés [31]. Malgré des propriétés mécaniques (dureté) et un niveau de contraintes résiduelles identiques, une meilleure résistance à l'écaillage initié en surface a été observée avec les échantillons de plus faible taille de grains. L'observation des échantillons après défaillance a montré une forte corrélation entre les liserés de cémentite générés par le traitement de surface et les fissures.

#### 1.2.4. Conclusion

En fatigue de contact, malgré le développement d'un grand nombre de modèles de prédiction de la durée de vie, le dimensionnement s'effectue encore très souvent à l'aide de modèles utilisant des facteurs correctifs déterminés expérimentalement.

La nécessité de l'utilisation de ces facteurs correctifs s'explique par la complexité de la fatigue de contact. Elle se distingue tout d'abord de la fatigue classique par un état de contrainte complexe (multiaxial et chargement non proportionnel), fortement localisé et avec une composante de compression hydrostatique forte. La diversité des mécanismes de rupture, et le nombre élevé de paramètres influents rendent difficile la modélisation du processus de défaillance. Cette difficulté est accrue par la forte influence de la microstructure sur la phase d'initiation, et sur les changements microstructuraux qui peuvent l'accompagner.

Il est par conséquent intéressant de définir quel type de modélisation pourrait contribuer à une meilleure compréhension et prédiction des mécanismes de rupture.

## 2. Stratégies de modélisation

La compréhension des mécanismes de rupture et la prédiction de la durée de vie d'un composant est un enjeu important pour le développement de composants industriels. Les premiers travaux sur l'étude de la rupture sont dus à Léonard de Vinci et à Galiléo Galilée. Pour un historique détaillé sur l'évolution de la mécanique de la rupture, on peut se référer aux articles de Pluvinage [32], ou de Cotterell [33].

Depuis, de nombreux modèles ont été développés pour prédire la résistance mécanique ou la durée de vie d'un composant. Les approches analytiques utilisées peuvent être basées sur des modèles et hypothèses de calcul très différents les uns des autres. L'objectif de ce paragraphe est de positionner les différentes approches en fonction de leur objectif (initiation ou propagation), et de leur échelle d'analyse (approche globale macroscopique ou approche plus locale au niveau des grains par exemple). Une dernière section est consacrée à une approche de modélisation particulière : les modèles à zones cohésives.

### 2.1. Modélisation de l'initiation / modélisation de la propagation

#### 2.1.1. Mécanique de l'endommagement / mécanique de la rupture

Le mécanisme de rupture en fatigue d'un composant peut se décomposer en plusieurs étapes. On peut distinguer deux phases distinctes dans cette évolution, la phase d'initiation et la phase de propagation (Figure 7). La modélisation de chacune de ces phases correspond à une théorie particulière : « la théorie de l'endommagement permet de prévoir l'apparition d'une fissure mésoscopique. La théorie de la fissuration permet de prévoir son évolution jusqu'à la rupture complète de la structure » (Lemaitre et al. [28]). La notion de fissure mésoscopique ou de fissure structurellement longue reste à définir plus précisément ; sa longueur est de l'ordre de quelques grains.

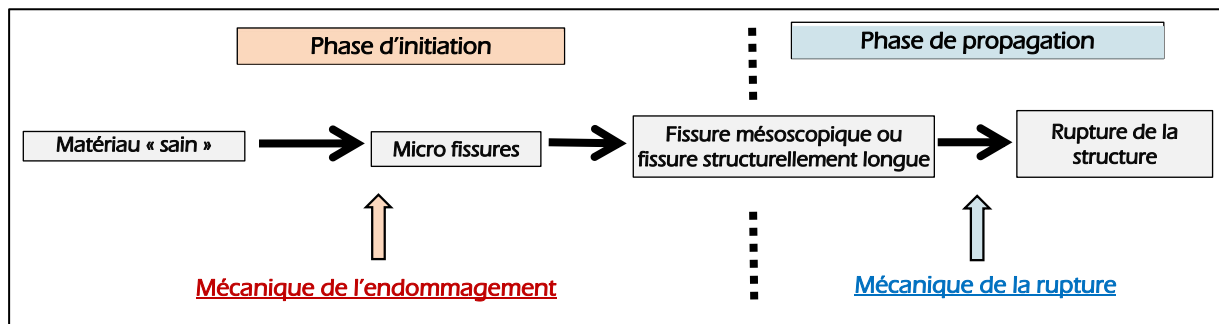


Figure 7 : Phases des mécanismes de défaillance en fatigue et méthodes de calcul associées

La mécanique de l'endommagement a été initiée en 1958 par Kachanov [34]. Elle permet de décrire, à l'aide d'une variable d'endommagement, l'évolution d'une structure depuis un état initial sain jusqu'à l'apparition d'une fissure macroscopiquement longue. Dans le cas de la fatigue multiaxiale, il n'existe pas de critère d'endommagement unanimement reconnu comme peut l'être le critère de Von Mises en plasticité pour la limite du domaine élastique. Le critère Dang Van est un des critères fréquemment utilisés en fatigue [35].

L'étude de l'évolution d'une fissure macroscopiquement longue se fait par une approche type mécanique de la rupture. Griffith a été le premier à proposer un critère énergétique de rupture en 1920. Les premiers résultats sont basés sur une approche linéaire élastique (facteur d'intensité de contrainte  $K$ , Irwin 1954) (Mécanique Élastique Linéaire de la Rupture). À partir des années 1960, s'est développée la Mécanique Élasto Plastique de la Rupture.

Des modèles de propagation permettent ensuite de prédire l'évolution de la taille d'une fissure. Une des premières lois a été celle proposée par Paris en 1962.

La propagation peut également être modélisée par une approche numérique. Une des méthodes de simulation possible est l'emploi de modèles à zones cohésives (CZM). Ces modèles seront décrits plus précisément au paragraphe 2.3. de ce même chapitre. Récemment, l'utilisation de méthodes type éléments finis étendus (X-FEM) a permis de modéliser plus efficacement la propagation de fissures en permettant à ces fissures de se propager au travers d'un élément fini [4].

### 2.1.2. Application à la fatigue de contact

Les différentes approches présentées au paragraphe précédent peuvent être appliquées au cas de la fatigue de contact pour analyser l'initiation ou la propagation des fissures. Ekberg et al. ont appliqué un critère de fatigue (critère de Dang Van) sur les résultats de la théorie de Hertz pour prédire l'initiation en sous couche dans le domaine ferroviaire [36]. Keer et Bryant ont estimé la durée de vie en fatigue de contact en utilisant la mécanique de la rupture et en calculant les facteurs d'intensité de contraintes dans le cas d'une fissure dans un massif soumis à un contact hertzien [26].

Les deux approches citées précédemment sont limitées respectivement à la phase d'initiation ou à la phase de propagation de la fissure. Elles peuvent être cumulées pour obtenir une estimation de la durée de vie totale de la structure [37]. La phase de propagation peut être modélisée par la méthode des éléments finis étendue (X-FEM). Cette méthode a par exemple été associée à un critère d'initiation (Dang Van) pour obtenir une prédiction complète du comportement en fretting [38].

La plupart de ces différentes approches sont cependant basées sur une description macroscopique du comportement du matériau, alors que l'origine des mécanismes d'initiation se situe à l'échelle des grains ou des dislocations. Des simulations basées sur une description différente du matériau peuvent alors apporter une meilleure compréhension de ces mécanismes d'initiation.



## 2.2. Échelles de simulations et calcul de microstructures

### 2.2.1. Échelles de simulations

Pour illustrer cette notion d'échelle de description, on considère par exemple une structure composée d'un matériau polycristallin ; celle-ci peut être observée et décrite aux différentes échelles représentées sur la Figure 8a. Les lois de comportement permettant de décrire le matériau ne seront pas les mêmes si on décrit le comportement global de la structure dans son ensemble, le comportement local au niveau des grains, ou à une échelle plus petite encore, le comportement des atomes (Figure 8b). Les différents niveaux de simulation peuvent être classés en quatre échelles [39] : nanoscopique, microscopique, mésoscopique et macroscopique. À chaque échelle est associée une ou des méthodes de simulation (Figure 8b).

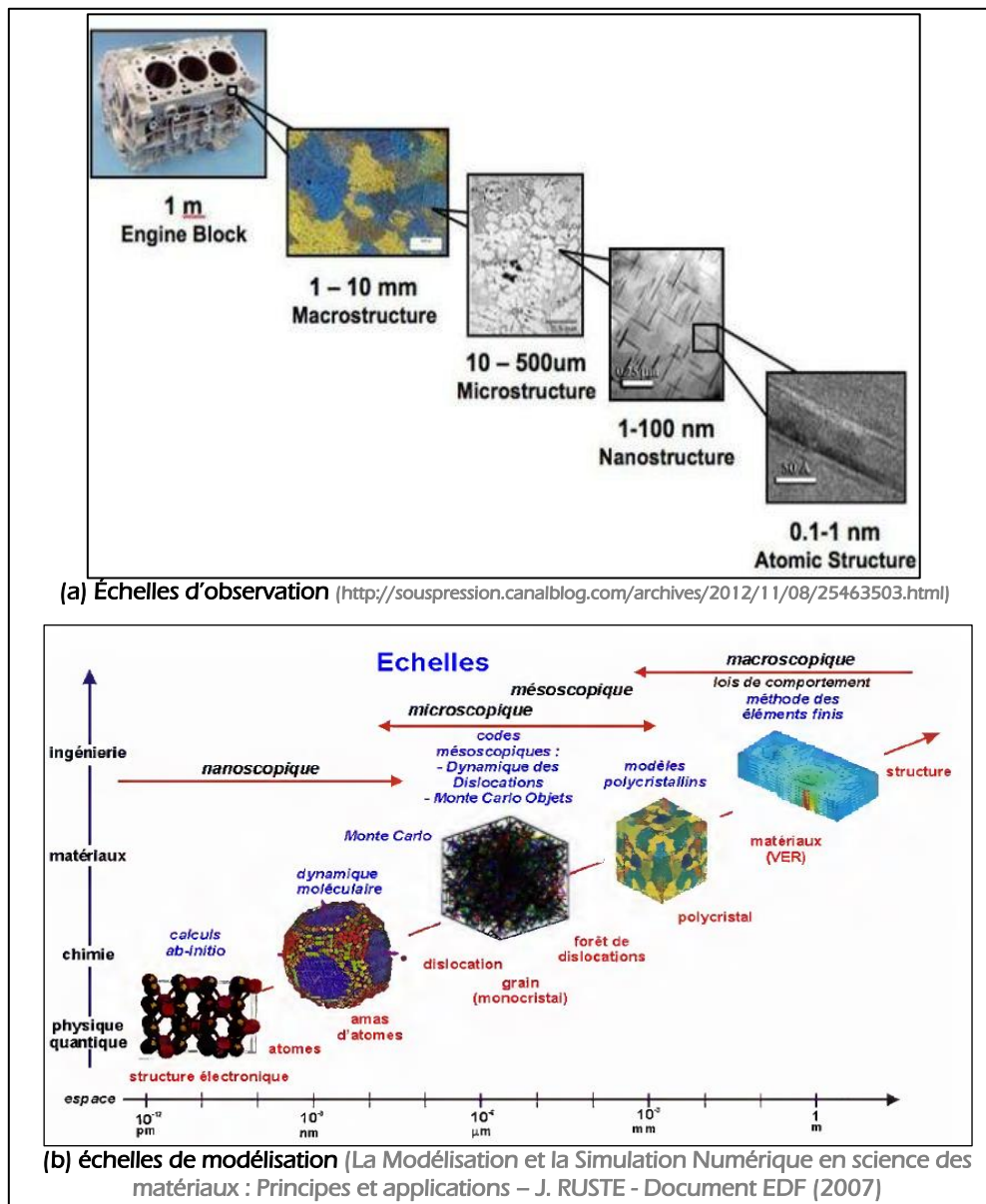


Figure 8 : Échelles de modélisation : exemples de description

Les limites des modélisations à l'échelle macroscopique en fatigue sont dues à l'origine microscopique (dislocations) puis mésoscopique (échelle de quelques grains) des mécanismes d'initiation de fissures. Sangid a montré le rôle prépondérant de la microstructure du matériau sur l'initiation des fissures en fatigue [40], et a utilisé une approche basée sur le mouvement des dislocations et l'énergie associée aux bandes de cisaillement pour prédire l'initiation de fissures dans les matériaux polycristallins [41].

En fatigue de contact, quelques modèles ont été développés à une échelle inférieure à l'échelle macroscopique. En 1994, Cheng et al. [42] ont prédit l'initiation au moyen d'un modèle basé sur la notion d'empilement de dislocations. Un peu plus tard en 1998, Lormand et al. [43] ont développé un modèle basé sur le déplacement et l'accumulation de dislocations et permettant de prédire la formation de phases blanches et l'initiation de fissures autour d'une inclusion. Plus récemment, en 2010, Alley et Neu [44] ont analysé l'influence du taux d'austénite résiduelle sur la tenue en fatigue de contact avec un modèle de plasticité cristalline.

### 2.2.2. Calcul de microstructures

Parmi les différentes échelles de simulation décrites au paragraphe précédent, la simulation à l'échelle mésoscopique consistant à se placer au niveau des grains d'un polycristal est une des échelles permettant d'appréhender l'influence de la microstructure d'un matériau sur les mécanismes d'initiation.

L'analyse du champ de contrainte au niveau des grains d'une structure peut se faire au moyen de méthodes d'homogénéisation. Différents modèles ont été développés (exemple : modèle de Taylor Lin [45]), afin de relier l'état de contrainte local dans le grain à l'état de contrainte macroscopique du polycristal.

L'augmentation de la puissance de calcul des ordinateurs permet depuis quelques années d'effectuer des simulations numériques en appliquant la mécanique des milieux continus sur un ensemble de plusieurs grains appelé agrégat polycristallin. Cette méthode appelée calcul de microstructure est détaillée par Cailletaud et al. [46]. Elle est souvent associée à un modèle de plasticité cristalline.

De nombreux travaux utilisant cette approche ont été réalisés dans le domaine de la fatigue « classique ». Barbe et al. ont montré en 2001 qu'un modèle représentant plusieurs grains était représentatif du comportement macroscopique du matériau [47], [48]. En 2002, Diard et al. ont associé un modèle d'endommagement type Kachanov à la plasticité cristalline pour analyser la corrosion sous contrainte et la rupture intergranulaire du zircaloy dans les réacteurs à eau pressurisée [49]. L'approche calcul de microstructures a été associée au critère de Dang Van par Dick et al. en 2008 pour prédire l'initiation de fissure en fretting sur un alliage de titane [50]. En 2011, Robert et al ont mis en évidence la sous-estimation de la prédiction macroscopique des critères de Crossland et de Dang Van par rapport aux résultats obtenus sur un agrégat [51].

L'utilisation du calcul de microstructures dans le domaine particulier de la fatigue de contact est beaucoup moins fréquente. On peut cependant citer les travaux de Sadeghi et de son équipe ([52], [53], [54], [55]) qui utilisent une discrétisation de type Voronoi pour représenter la microstructure du matériau.

## 2.3. Modèles de zones cohésives

Comme indiqué au paragraphe 2.1.1, les modèles à zones cohésives (CZM) sont fréquemment utilisés pour modéliser la propagation de fissures. Le concept de modèle à zones cohésives est du à Barenblatt [56]. Parmi les premiers travaux utilisant les zones cohésives, on peut notamment citer ceux de Xu et Needleman [57]. Dans la plupart des cas, ces modèles sont utilisés pour simuler la propagation de fissures sous chargement monotone et non sous l'effet d'un chargement cyclique. Camacho et Ortiz ont modélisé en 2D la fragmentation d'un matériau fragile sous l'effet d'un choc [58]. Ruiz et al. ont analysé l'initiation et la propagation de fissures en dynamique à l'aide d'une modélisation 3D [59]. Ces modèles ont également été utilisés pour prédire la propagation de fissures dans le domaine de la fatigue « classique » [60], et dans le cas de la fatigue de contact [61].

Ces différentes analyses ont été effectuées sur des modèles éléments finis à l'échelle macroscopique, sans représentation de la microstructure. Les modèles à zones cohésives peuvent également être associés à une analyse de type microstructure. Une modélisation 2D utilisant des hexagones parfaits a été utilisée pour représenter la propagation lente de fissures dans des céramiques polycristallines en considérant chaque grain comme isotrope

[62], puis orthotrope [63]. Dans ce même domaine d'application (propagation de fissures dans des céramiques), une représentation 2D de type Voronoi a été utilisée par Warner et Molinari [64]. Ce même type de modèle (représentation Voronoi en 2D et CZM) a été utilisé en fatigue de contact par Slack et Sadeghi [54].

### 3. Présentation du modèle proposé

#### 3.1. Problématique et choix d'une approche

L'état des lieux réalisé précédemment (paragraphe 1) a montré le manque de modèles prédictifs complets. Face aux demandes de plus en plus exigeantes de l'industrie en termes de performance (charge, vitesse, masse, ...), le développement de modèles les plus représentatifs possible reste donc un objectif prioritaire. Le développement de ces modèles dépend en particulier d'une meilleure connaissance des mécanismes d'initiation et de l'influence de la microstructure des matériaux sur ces mécanismes.

Le travail présenté dans ce mémoire est la première phase d'un projet ayant pour objectif de développer un modèle numérique (méthode des éléments finis) se focalisant sur les mécanismes d'initiation de rupture à l'échelle des grains. Ce modèle élément finis est basé sur une représentation géométrique de la microstructure du matériau : approche mésoscopique type calcul de microstructures. L'approche choisie consiste à simuler l'endommagement progressif de la structure depuis un état initial sain jusqu'à l'apparition d'une fissure que l'on pourra considérer comme macroscopiquement longue.

L'amorçage de fissures en fatigue est très souvent lié à la présence de bandes de glissement persistantes (PSB) qui sont en fait des zones de déformations plastiques localisées. Cela se traduit très souvent par un amorçage surfacique sauf dans des cas particuliers tels que ceux dus à la présence de défauts internes ([65]). Dans le cas de la fatigue de contact, la localisation des contraintes maximum (Figure 5), ajoutée à la présence possible de défauts internes entraînent une initiation plutôt en sous couche. Les microfissures se forment alors fréquemment le long des joints de grains à l'aplomb des bandes de glissement (Figure 9). L'approche choisie est par conséquent basée sur une hypothèse de microfissures intergranulaires. Les joints de grain sont alors modélisés par un modèle à zones cohésives.

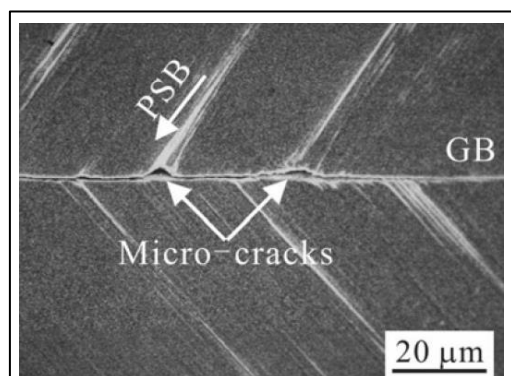


Figure 9 : Microfissures intergranulaires sur un bicristal de cuivre (d'après [66])

L'originalité de cette approche réside dans l'application de la mécanique de l'endommagement à une échelle mésoscopique sur les joints de grain. Cet endommagement est appliqué non pas aux caractéristiques mécaniques des grains, mais à celles des éléments cohésifs utilisés pour modéliser ces joints de grain. La simulation de plusieurs cycles de charges permet un couplage entre l'endommagement et la déformation de la structure : à partir de la seconde simulation, l'état de contrainte est modifié par l'endommagement des différents joints de grain.

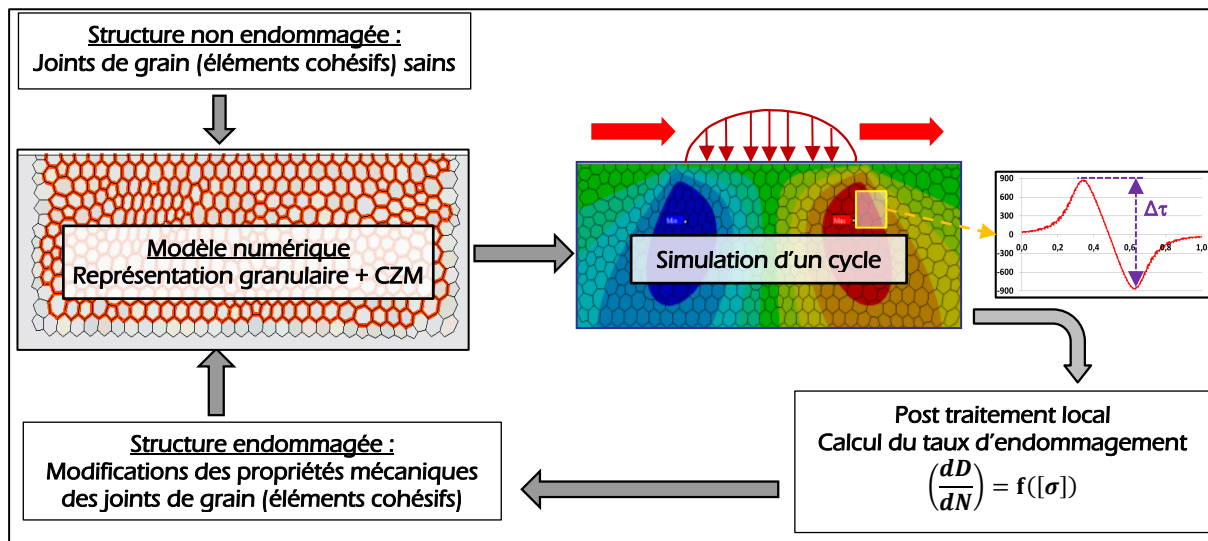


Figure 10 : Principe de simulation de l'endommagement appliqué aux joints de grain

Le principe de simulation de l'endommagement progressif de la structure est résumé sur la Figure 10, et est décrit brièvement ci-après. La description détaillée sera effectuée au Chapitre II.1 page 47.

- La première étape consiste à créer un modèle numérique représentatif de la structure granulaire d'un matériau avec utilisation de zones cohésives pour représenter les joints de grains. Les caractéristiques mécaniques initiales de ce modèle correspondent à celles d'une structure saine ou non endommagée.
- Ce modèle est ensuite utilisé pour simuler un cycle de charge lors d'une deuxième étape.
- Les résultats de cette simulation sont alors utilisés pour déterminer le taux d'endommagement de **chaque** joint de grain (troisième étape).
- La quatrième et dernière étape consiste enfin à appliquer l'endommagement calculé à l'étape précédente sur le modèle numérique : les caractéristiques mécaniques des éléments cohésifs sont modifiées par l'intermédiaire de la variable d'endommagement  $D$ .

Les étapes précédentes sont répétées afin de simuler l'endommagement progressif de la structure jusqu'à l'apparition d'une ou plusieurs micro-fissures. Afin de diminuer les temps de calcul, une méthode permet de faire correspondre à chaque simulation d'un cycle de charge, plusieurs cycles réels.

### 3.2. Finalité

Un des objectifs du modèle développé est, comme indiqué dans le paragraphe précédent, d'apporter une meilleure compréhension des mécanismes d'initiation de fissures. Ces mécanismes et la durée de vie étant dépendants de nombreux paramètres, ce modèle doit permettre l'analyse de l'influence de ces paramètres sur l'endommagement progressif. L'influence des paramètres suivants pourra être simulée et analysée :

- **conditions de contact** : chargement, cinématique, lubrifiant, état de surface, conditions environnementales ;
- **matériaux** : présence d'inclusions, gradients de propriété, contraintes résiduelles, taille des grains...

D'autre part, ce modèle doit à terme être suffisamment représentatif des conditions d'utilisation pour être prédictif en terme de durée de vie (phase d'initiation). Il pourra alors permettre de définir un critère d'amorçage à l'échelle du grain.

Ce modèle d'initiation à l'échelle mésoscopique peut également être couplé à un modèle de propagation pour obtenir une modélisation complète des mécanismes de rupture. Un exemple schématique de couplage possible est donné sur la Figure 11. La Figure 11a



représente la fissuration d'un acier cémenté en fatigue de contact. La Figure 11b présente un exemple de modélisation potentielle avec couplage de plusieurs modèles. La première phase de la fissuration qui présente des ramifications et qui se déroule à l'échelle de quelques grains (Figure 11a) pourrait être simulée à l'échelle mésoscopique avec le modèle développé jusqu'à l'apparition d'une fissure macroscopiquement longue. Un deuxième modèle numérique (échelle macroscopique) permettrait ensuite de modéliser la propagation de cette fissure sous l'effet du champ de contrainte engendré par le contact roulant (champ de contrainte triaxial non proportionnel). Si cette fissure se propage à l'intérieur de la matière, dans une zone non affectée par le contact de roulement, le champ de contrainte devenant proportionnel, des modèles analytiques peuvent alors être utilisés dans une dernière phase.

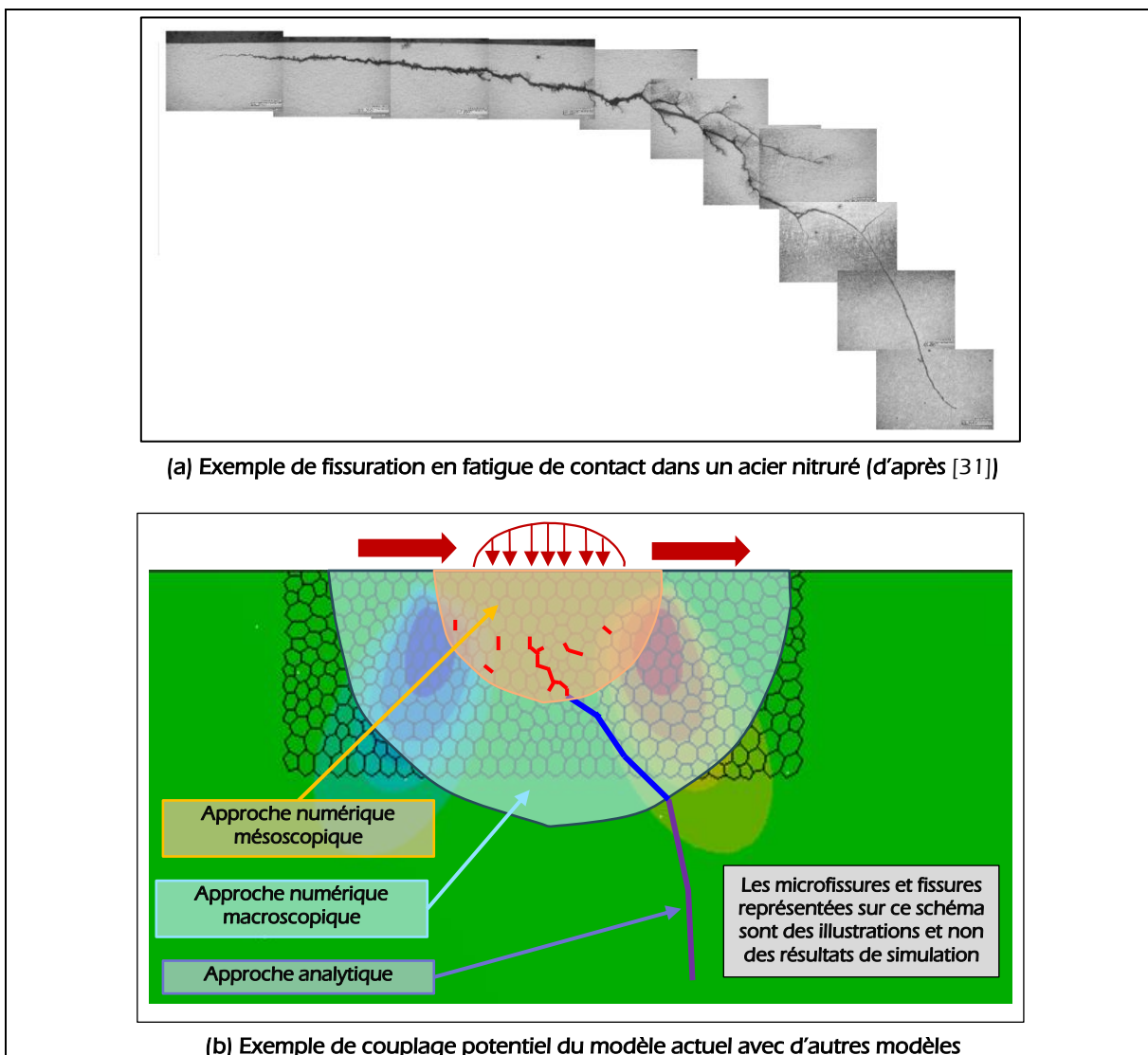


Figure 11 : Exemple de fissuration et couplage potentiel du modèle actuel avec d'autres modèles

### 3.3. Conclusion

Le modèle proposé est basé sur une application mésoscopique de la mécanique de l'endommagement sur les éléments cohésifs modélisant les joints de grain. Cette approche originale nécessite une phase de développement et de validation importante.

La démarche adoptée est résumée sur la Figure 12. Elle est basée sur le développement d'un premier modèle avec des hypothèses volontairement simplificatrices, puis sur l'amélioration progressive de ce modèle afin de le rendre le plus représentatif possible des phénomènes observés.

Ce mémoire présente les deux premiers modèles développés. Le premier modèle (modèle initial) correspond à un cas « parfait » : structure constituée d'un matériau

homogène (comportement élastique linéaire isotrope, absence d'inclusions, absence de contraintes résiduelles, absence de gradient de propriété, ...) soumise à une pression de contact type pression hertzienne (absence de frottement, absence de rugosité, ...). Le second modèle introduit une anisotropie élastique au niveau du grain et propose un nouveau modèle d'endommagement.

Les deux modèles présentés ont été développés avec le logiciel commercial ANSYS. Ces modèles se limitent à une approche 2D (déformations planes). Cette approche 2D ne permet pas de prendre en compte tous les phénomènes, mais est suffisante pour valider un certain nombre de paramètres numériques tels que les raideurs cohésives, ou de choix de modélisation tels que le mode d'application de l'endommagement.

La partie validation peut être réalisée sans confrontation aux résultats expérimentaux, quand il s'agit de tester l'influence de paramètres purement numériques. L'influence de la plupart de ces paramètres numériques a été analysée et est présentée dans ce mémoire. Cependant, certains choix de modélisation ne peuvent être validés que par comparaison entre résultats numériques et résultats expérimentaux. Or ces résultats expérimentaux, que ce soit en termes de localisation de l'initiation ou en termes de durée de vie, sont fortement dépendants des conditions d'utilisation. Cette comparaison ne peut donc se faire que sur un modèle proche des conditions réelles et non sur un modèle « parfait ». La phase « d'exploitation » peut donc être initiée sur ce deuxième modèle à des fins de validation.

Certains phénomènes tels que la plasticité n'ont pas été modélisés dans ce deuxième modèle. Une poursuite de la phase de développement peut donc être envisagée simultanément à la phase d'exploitation du modèle 2. Les phases de validation développement et d'exploitation devront donc se faire en parallèle.

Concernant la comparaison des résultats numériques et expérimentaux, celle-ci doit s'effectuer uniquement sur l'initiation. Or il est difficile de détecter avec précision l'apparition d'une microfissure, ce qui rend complexe la comparaison quantitative des résultats en termes de durée de vie. De plus, la validation qualitative en comparant les résultats numériques aux résultats expérimentaux en termes de fissuration et non pas d'initiation, n'est pas toujours possible : l'influence d'un paramètre sur la fatigue de contact (initiation + propagation) n'est pas forcément la même que sur l'initiation seule : un paramètre peut favoriser l'apparition de microfissures et ne pas avoir d'influence défavorable sur la tenue globale si ces microfissures ne se propagent pas.

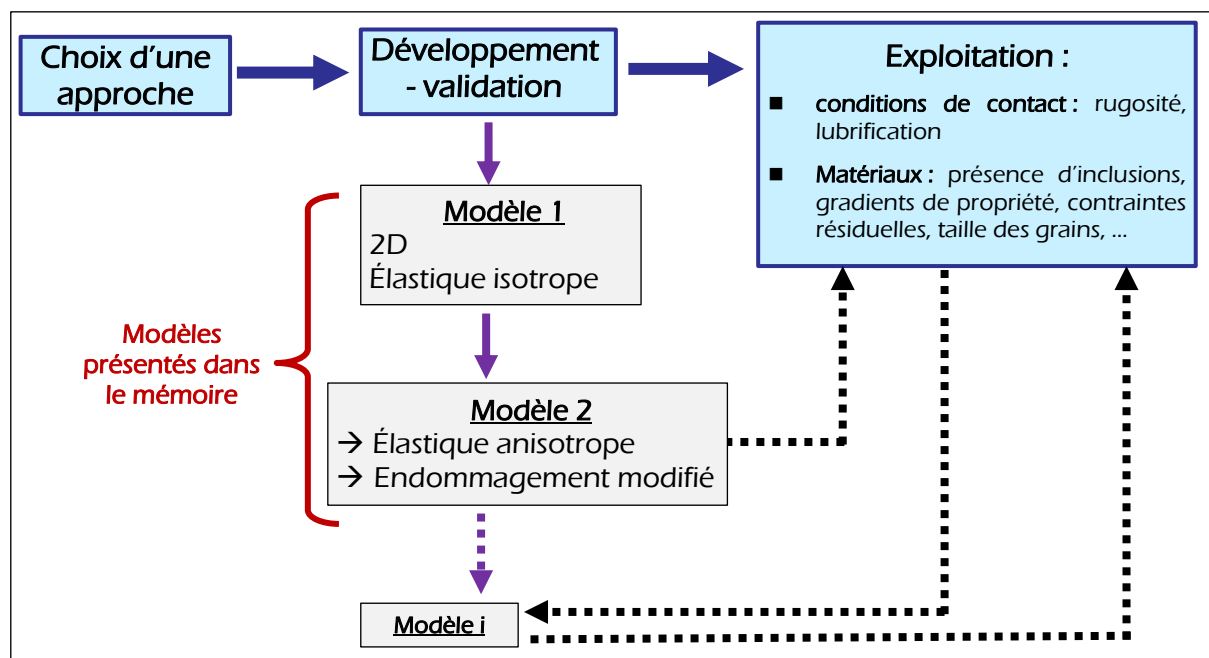


Figure 12 : Démarche de développement du modèle



**Chapitre II.**

**Modèle multi-échelle avec**

**endommagement cohésif en fatigue**

**de contact**



<b>1. Description du modèle.....</b>	<b>47</b>
1.1. Modélisation multi-échelle du contact roulant .....	47
1.1.1. Modélisation du contact à l'échelle macroscopique .....	47
1.1.2. Représentation de la microstructure du matériau : approche mésoscopique.....	49
1.1.3. Modèle multi-échelle du contact roulant (cycle de charge).....	52
1.2. Endommagement et fatigue .....	55
1.2.1. Modélisation des joints de grains par la méthode des zones cohésives .....	55
1.2.2. Application mésoscopique de l'endommagement aux joints de grain .....	57
1.2.3. Loi et paramètres d'endommagement .....	59
1.2.4. Modélisation des cycles de fatigue : méthode « jump in cycles » .....	62
<b>2. Analyse et résultats .....</b>	<b>66</b>
2.1. Influence de la raideur des éléments cohésifs .....	66
2.1.1. Objectifs et méthodes.....	66
2.1.2. Approche analytique sur un système simplifié .....	67
2.1.3. Analyse globale sur le modèle RCF .....	69
2.1.4. Analyse locale au niveau du joint de grain sur le modèle RCF.....	71
2.1.5. Conclusions .....	73
2.2. Analyse des singularités numériques aux jonctions triples .....	75
2.2.1. Mise en évidence sur le modèle RCF .....	75
2.2.2. Analyse sur un modèle éléments finis simplifié.....	76
2.2.3. Conclusion : Choix d'un modèle .....	79
2.3. Résultats – initiation de micro-fissures.....	83
2.3.1. Synthèse des principales caractéristiques du modèle utilisé .....	83
2.3.2. Localisation des premiers micro-fissures et durée de vie .....	83
2.3.3. Analyse de l'état de contrainte .....	84
<b>3. Conclusion - discussion .....</b>	<b>86</b>

Ce chapitre est divisé en 2 parties.

Les principales caractéristiques du modèle développé sont décrites dans une première partie. Ces caractéristiques concernent les points suivants :

- l'approche multi-échelle pour la modélisation du contact de roulement : un modèle classiquement utilisé pour la modélisation de la fatigue de contact (passage d'une pression dite hertzienne sur un massif semi-infini) est associé à une représentation granulaire locale de la microstructure du matériau.
- La modélisation du comportement en fatigue : le concept d'endommagement est appliqué aux joints de grain à une échelle mésoscopique. Ces joints de grains sont modélisés par des éléments cohésifs.

La seconde partie est tout d'abord consacrée à l'analyse du comportement numérique des éléments cohésifs. L'étude de l'influence des raideurs cohésives permet (i) de définir des valeurs à attribuer aux raideurs initiales, et (ii) de montrer la similitude entre le comportement du modèle développé et celui d'un système simplifié dont le comportement peut être décrit de façon analytique. Cette étude souligne également l'apparition de singularités aux jonctions triples. L'analyse de ces singularités montre que la présence des éléments cohésifs engendre une incompatibilité de déplacements aux jonctions triples. Cependant l'approche consistant à considérer le joint de grain comme une unique entité, et donc à utiliser des valeurs moyennes le long du joint de grain pour déterminer son endommagement permet de s'affranchir de cette singularité.

Les résultats obtenus (localisation des premières micro-fissures et durée de vie) sont enfin présentés dans un dernier paragraphe. La localisation des premières micro-fissures est en accord avec la répartition des contraintes et avec les observations expérimentales.

Des systèmes simples et des modèles éléments finis simplifiés sont utilisés pour illustrer certaines méthodes ou expliquer certains résultats. Pour le différencier de ces systèmes ou modèles simplifiés, le modèle développé sera appelé **modèle RCE**.



## 1. Description du modèle

### 1.1. Modélisation multi-échelle du contact roulant

#### 1.1.1. Modélisation du contact à l'échelle macroscopique

##### 1.1.1.1. Contact entre 2 corps élastiques

Le modèle développé a pour objectif la modélisation de l'endommagement d'une structure soumise à un phénomène de fatigue de contact. Les sollicitations appliquées à ce modèle doivent donc être représentatives de celles subies par une telle structure.

Lorsque deux structures déformables sont en contact, il se produit une déformation locale sous l'effet des efforts appliqués sur ces structures (Figure 13). La surface de contact et la répartition de la pression de contact dépendent de nombreux paramètres tels que la géométrie, l'état de surface, les chargements appliqués...

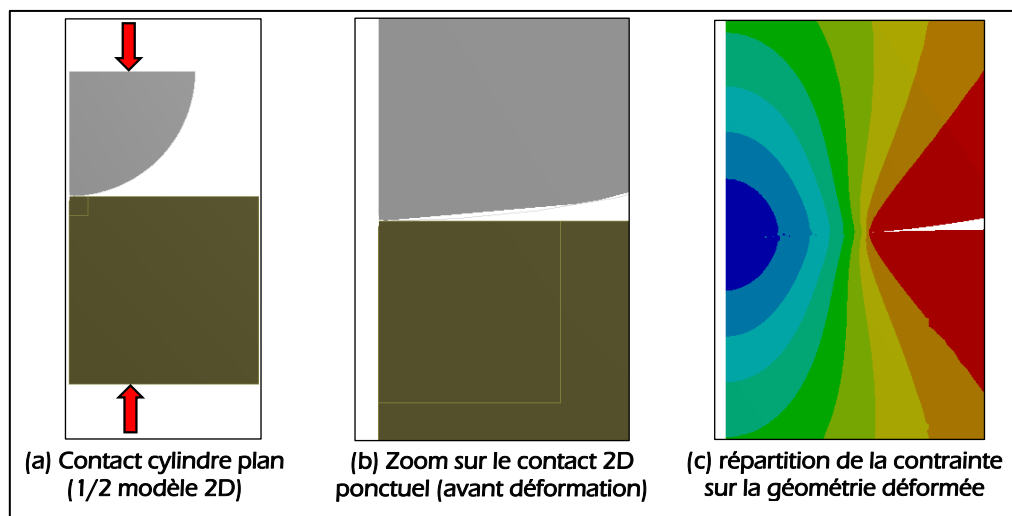


Figure 13 : Contact entre deux corps déformables

Les premiers travaux sur l'analyse de la répartition de la pression de contact et sur l'aire de contact dans le cas de surfaces lisses sont ceux de Boussinesq et de Hertz à la fin du XIX<sup>ème</sup> siècle. Faisant l'hypothèse de massifs élastiques semi infinis, ces travaux permettent d'aboutir à l'expression de la pression de contact dans des cas tels que le contact cylindre-cylindre ou dans le cas d'un contact entre deux sphères. Les principaux résultats concernant l'évaluation de la surface de contact, la distribution de la pression de contact (Figure 14) et l'analyse du champ de contrainte au niveau du contact entre deux solides peuvent être trouvés dans la littérature [67].

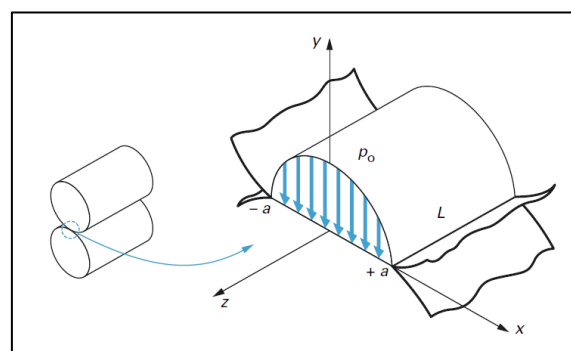


Figure 14 : Distribution de la pression de contact (contact linéique) [67]

### 1.1.1.2. Hypothèses de modélisation

Dans le modèle présenté dans ce mémoire, deux hypothèses ont été émises concernant la modélisation du contact entre deux corps élastiques.

- La première concerne le choix de ne modéliser qu'un seul des 2 corps en contact. Un effort surfacique équivalent à la pression de contact est directement appliqué sur le solide modélisé.
- La seconde consiste à utiliser une modélisation 2D (hypothèse des **déformations planes**). Ce modèle est tout à fait représentatif d'un contact linéique à l'échelle macroscopique. Cependant, à l'échelle mésoscopique, un modèle 2D ne donne qu'une représentation partielle de la microstructure des matériaux. Certaines limites apparaîtront notamment lors de la modélisation du comportement anisotrope des grains (Chapitre III.1.2. ). Cette modélisation 2D est cependant conservée, car (i) elle permet une réduction des temps de calcul (paramètre important lors de la phase de développement du modèle), et (ii) elle est suffisante quant à sa représentativité du comportement réel de la structure pour une première approche.

Du fait de ces deux hypothèses, la charge surfacique appliquée sur le modèle correspond donc à la pression de contact calculée dans le cas d'un contact linéaire [67]. Cette distribution de pression (éq. 6) est appelée pression de Hertz et est caractérisée par :

- la valeur maximum de la pression  $P_0$ ,
- la demi-largeur de contact  $a$ .

$$P(x) = P_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} \quad \text{éq. 6}$$

Sauf indications contraires, les valeurs utilisées seront :  $P_0 = 3,5 \text{ GPa}$  et  $a = 200 \text{ }\mu\text{m}$ . Ces valeurs sont représentatives d'un contact dans un roulement. Cette pression est appliquée sur un massif 2D comme représenté sur la Figure 15.

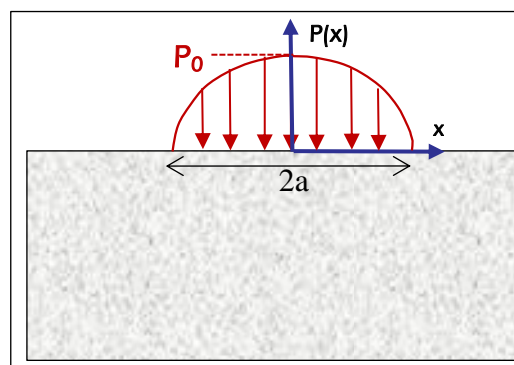


Figure 15 : Modélisation 2D de la pression de contact : pression de Hertz

Cette répartition de la pression de contact (éq. 4) a été calculée dans l'hypothèse d'un contact entre deux solides élastiques isotropes homogènes et correspond donc à une approche macroscopique. Dans le cas d'une approche à l'échelle mésoscopique, la pression de contact va être influencée par la microstructure du matériau ; l'hétérogénéité liée au comportement anisotrope des grains et à leur distribution aléatoire va modifier localement la répartition de cette pression. Cette répartition parabolique (éq. 4) est cependant conservée pour tous les modèles utilisés dans ce mémoire, même pour ceux prenant en l'anisotropie cristalline (Chapitre III.1). On considère alors que la zone d'initiation de fissures est suffisamment éloignée de la pression de contact pour que les valeurs locales de cette pression ne modifient pas le champ de contrainte dans la zone d'initiation ; la pression de contact appliquée correspond en fait à la pression moyenne réellement exercée.

### 1.1.1.3. Développement futurs

Dans cette première approche, aucun effort tangentiel n'est appliqué sur la structure. Une composante tangentielle pourra être ajoutée à la composante normale dans un second temps afin de modéliser l'effet du frottement.

La pression de Hertz définie précédemment (éq. 6) correspond à un contact entre deux surfaces lisses appartenant à des massifs semi infinis. La distribution réelle de la pression de contact dans un engrenage ou dans un roulement dépend de nombreux paramètres et peut différer largement de la pression de Hertz. Des exemples de répartition sont donnés sur la Figure 16. Ces répartitions de pression ne sont pas utilisées dans les modèles présentés dans ce travail. Elles pourront être introduites lors de la phase d'exploitation du modèle.

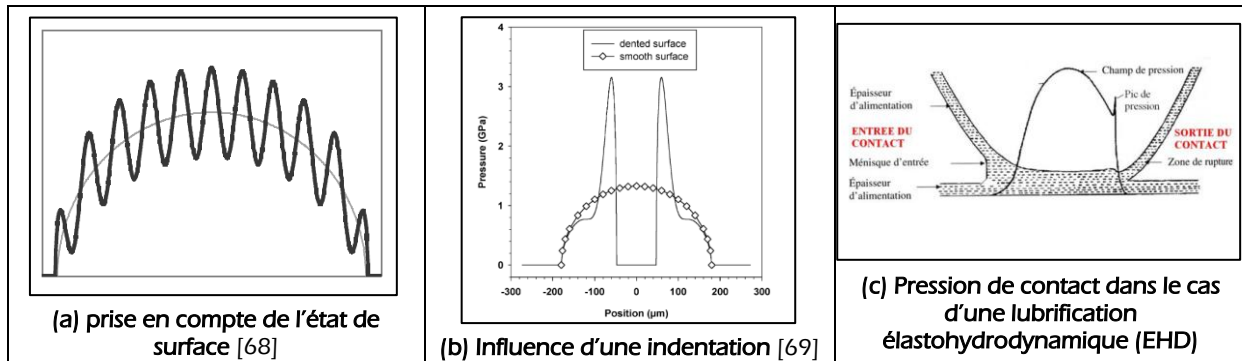


Figure 16 : Exemples de distribution de la pression de contact dans différentes configurations

### 1.1.2. Représentation de la microstructure du matériau : approche mésoscopique

#### 1.1.2.1. Revue bibliographique sur les méthodes utilisées

Le modèle développé a notamment pour objectif de déterminer l'influence de la microstructure d'un matériau sur sa tenue en fatigue de contact. Pour cela, on va donc chercher à représenter géométriquement la forme des grains composant un matériau polycristallin (Figure 17).

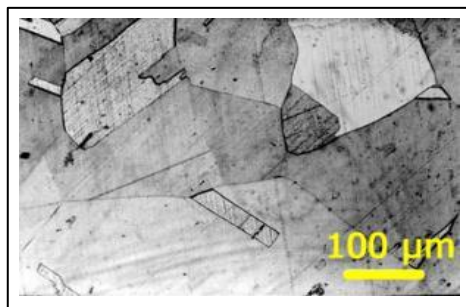


Figure 17 : Exemple de structure polycristalline

Plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour représenter la forme des grains. Les plus simples consistent à représenter le grain en deux dimensions par une surface de forme carrée ; cette représentation a par exemple été utilisée par Brugger [70]. D'autres auteurs comme Romero de la Osa [62] et Estevez [63], ou Yu [71] ont utilisé une représentation 2D en représentant les grains par des hexagones. Enfin une méthode couramment employée utilise les polygones (2D) ou polyèdres (3D) de Voronoï. Warner et Molinari [64], Espinosa et Zavattieri, [72] et [73], ainsi que Slack et Sadeghi [54] ont par exemple utilisé cette méthode en 2D. Récemment Weinzapfel et Sadeghi [55] ont proposé une modélisation 3D utilisant les polyèdres de Voronoï. Cette discrétisation de Voronoï permet d'obtenir une géométrie plus représentative de la microstructure d'un matériau et introduit un aspect aléatoire.

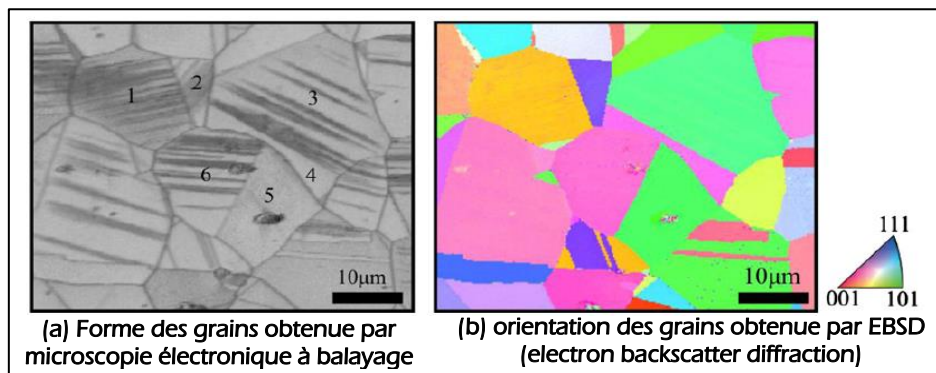


Figure 18 : Caractérisation surfacique (forme et orientation) des grains ([74])

Enfin, l'utilisation de la microscopie électronique à balayage associée à une analyse de type EBSD (electron backscatter diffraction) (Figure 18) permet de créer des modèles numériques particulièrement représentatifs (géométrie et orientation des grains) de la microstructure réelle du matériau (Figure 19).

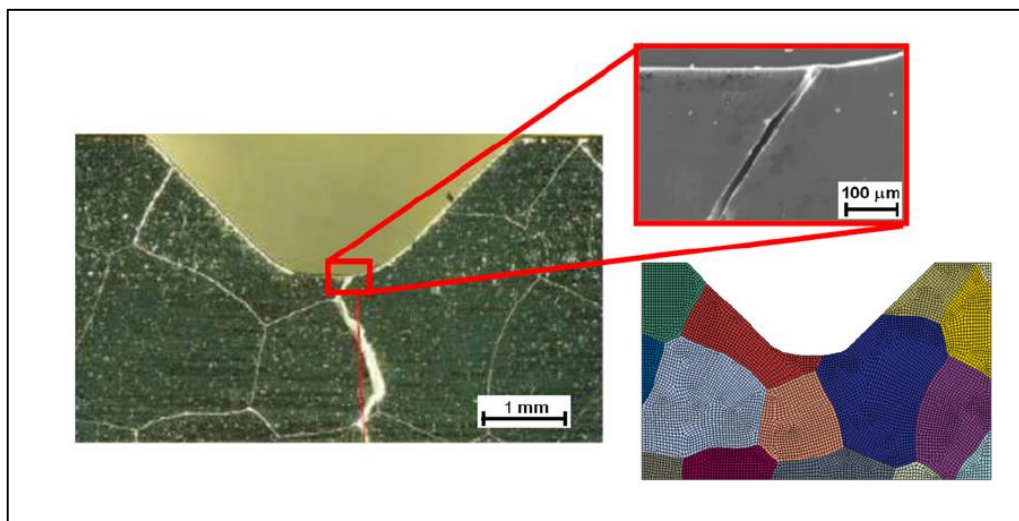


Figure 19 : Étude de la fissuration avec une représentation numérique de la structure granulaire [75]



### 1.1.2.2. Description de la méthode utilisée

La méthode utilisée dans ce travail est une représentation 2D de type Voronoï. Pour cela, on va subdiviser la géométrie du massif en un certain nombre de polygones pouvant être assimilés aux grains d'un matériau (Figure 20b).

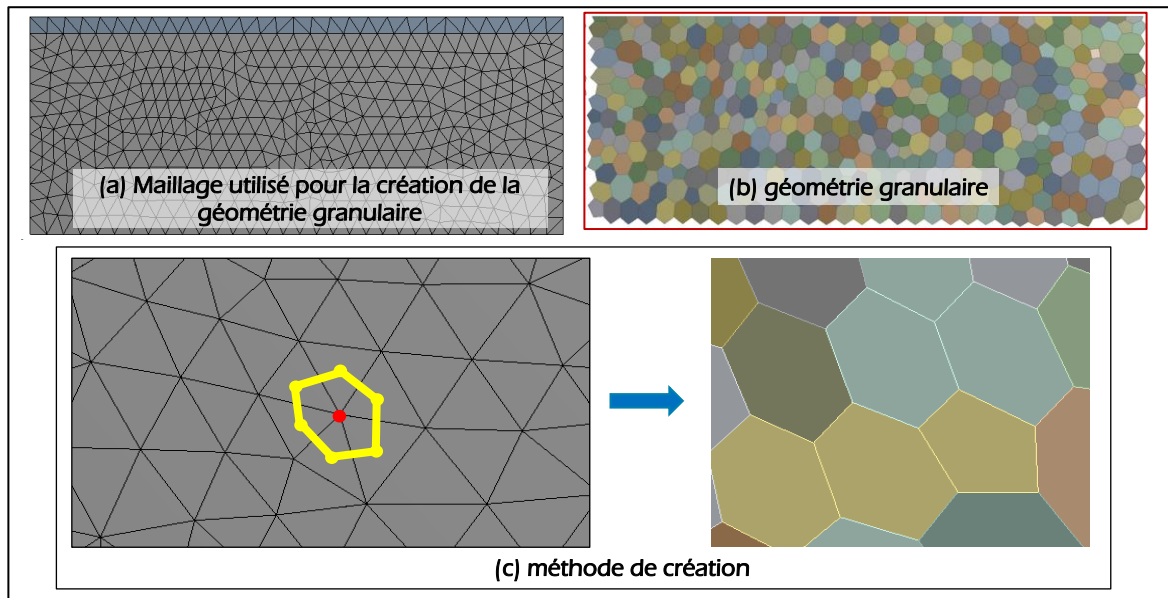


Figure 20 : Méthode de création de la géométrie granulaire utilisée dans le modèle

Les différentes étapes permettant la création de cette géométrie granulaire sont les suivantes :

- création d'une géométrie rectangulaire et maillage avec des éléments finis triangles sans nœuds milieu (Figure 20a). La taille des éléments est imposée et correspond à la taille de grain souhaitée. Ce maillage ne sert qu'à la création de la géométrie granulaire, et n'est pas utilisé dans la simulation éléments finis.
- Création de la géométrie granulaire à partir du maillage créé précédemment en suivant la procédure suivante (Figure 20c) pour chacun des nœuds du maillage :
  - création d'un sommet situé au centre de gravité de chacun des éléments attachés à ce nœud,
  - création d'une surface à partir de ces sommets.

La représentation granulaire ainsi créée est caractérisée uniquement par la taille moyenne des grains. La méthode utilisée ne permet pas un contrôle de la dispersion de la taille de ces grains. D'autres méthodes de création de la géométrie pourront être utilisées lors de futurs développements si nécessaire.

La taille des grains du modèle initial est fixée à  $L_g = 25 \mu\text{m}$ , ce qui correspond à un indice de grosseur  $G \approx 8$ . Cette taille de grain est représentative des aciers utilisés dans les roulements ou les engrenages.

### 1.1.2.3. Matériau : modélisation du comportement mécanique

La fatigue de contact concerne des applications diverses telles que les roulements, les engrenages ou le contact roue-rail. Les types d'aciers utilisés pour ces applications peuvent être très différents les uns des autres, notamment en ce qui concerne leur limite élastique et leur comportement élastoplastique.

Cependant, dans ce premier modèle, le comportement mécanique des grains est supposé linéaire élastique isotrope. Les caractéristiques des grains sont donc identiques aux caractéristiques macroscopiques du matériau. Tous les aciers ayant à peu près le même



comportement élastique, les paramètres matériau utilisés sont donnés dans la Table 1 et sont représentatifs de l'élasticité d'un acier de façon générale.

Module d'Young	Coefficient de Poisson
$E = 200 \text{ GPa}$	$\nu = 0,3.$

**Table 1 : Caractéristiques élastiques isotropes**

À l'échelle du grain, le matériau présente une anisotropie. Cette anisotropie n'est pas prise en compte dans ce modèle. Elle sera introduite dans une deuxième phase de développement présentée au Chapitre III.1.

### 1.1.3. Modèle multi-échelle du contact roulant (cycle de charge)

Une méthode fréquemment mise en œuvre pour modéliser un cycle de charge (Keer et Bryant [26], Bhargava [76], Canadinc [77], Sadeghi *et al.* [53], [78], [79]) consiste à déplacer la charge de contact (pression de Hertz) sur la face supérieure d'un massif depuis sa position initiale jusqu'à sa position finale. Cette méthode classiquement utilisée à l'échelle macroscopique est associée dans ce travail à la modélisation mésoscopique du matériau présentée au paragraphe précédent.

#### 1.1.3.1. Géométrie, conditions aux limites, maillage

La pression de Hertz définie précédemment (éq. 6) est appliquée sur la face supérieure de la géométrie granulaire (Figure 21b). Pour équilibrer cette pression, des conditions aux limites en déplacement doivent être appliquées sur les autres faces du modèle. Pour limiter l'influence de ces conditions aux limites en déplacement sur l'état de contrainte créé par la pression de Hertz, celles-ci doivent être appliquées le plus loin possible de cette pression de Hertz. Ceci impose donc la création d'une géométrie de taille « suffisamment grande ». Afin d'optimiser les temps de calcul, la représentation granulaire de la structure n'est appliquée que sur une partie du modèle (Figure 21).

La taille du massif complet est caractérisée par le nombre adimensionnel  $\lambda$  défini comme le rapport entre cette taille (hauteur ou demi-longueur) et la demi-largeur de contact  $a$  (Figure 21a). La valeur  $\lambda=50$  est utilisée pour la suite de cette étude. L'influence de ce paramètre est présentée en annexe (annexe A page 134).

Les conditions aux limites en déplacement sont les suivantes (Figure 21a) :

- déplacement nul dans la direction  $x$  sur chacune des 2 faces latérales,
- déplacement nul dans la direction  $y$  sur la face inférieure.

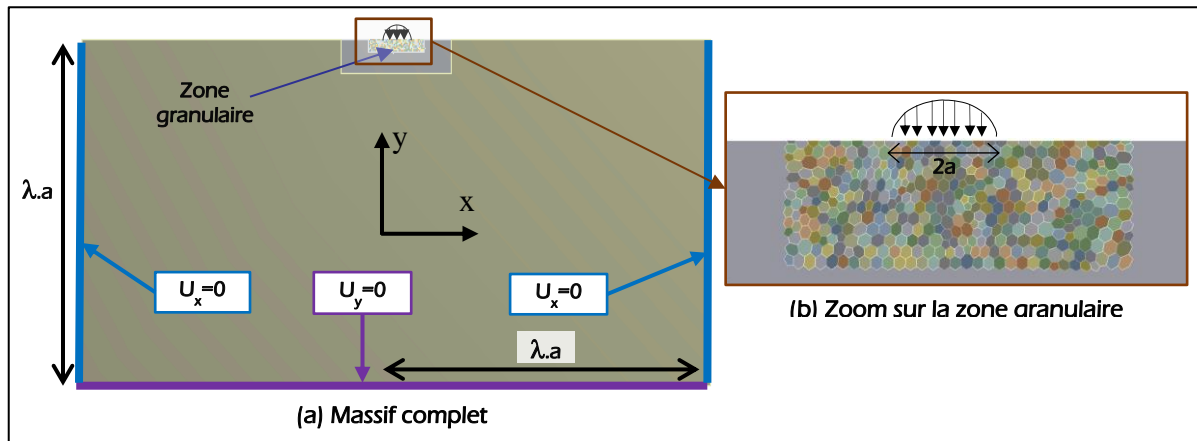


Figure 21 : Géométrie et conditions aux limites du modèle

Le maillage est réalisé en privilégiant les quadrilatères et en utilisant des éléments avec nœuds milieu. Chaque grain est maillé de façon uniforme, et la taille du maillage est contrôlée par le nombre d'éléments le long de chaque joint de grains. Le reste de la géométrie est maillé avec des éléments de taille plus importante de façon à optimiser la taille du modèle. Le maillage utilisé est donné sur la Figure 22 (taille correspondant à **4 éléments le long de chaque joint de grain**). L'influence de la taille de ce maillage et du type d'élément utilisé est présentée en annexe A page 135).

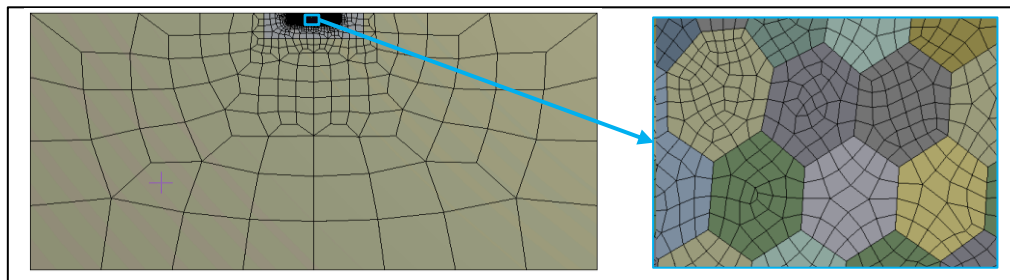


Figure 22 : Maillage utilisé (4 éléments le long de chaque joint de grain)

### 1.1.3.2. Modélisation du déplacement de la charge

Un cycle de charge correspond au passage de la pression de Hertz sur le massif. Pour simuler l'endommagement progressif de la structure, plusieurs cycles sont simulés. La simulation d'un cycle sera appelée « analyse éléments finis » (FEA). Afin de diminuer les temps de calcul, une méthode permet de faire correspondre à une analyse éléments finis, plusieurs cycles réels. Le nombre de simulations, noté  $N_{FEA}$  ne correspond donc pas au nombre de cycles réels noté  $N$  (paragraphe 1.2.4).

La position du centre de la pression de Hertz est notée  $X$ , et la longueur balayée par ce centre pour chaque FEA est notée  $L_{HP}$ . Un exemple est donné sur la Figure 23.

Le contrôle du nombre de résolutions numériques (substeps de calcul) effectuées pour chaque FEA s'effectue à l'aide d'un paramètre noté  $N_{sub}$ . Ce paramètre correspond au nombre de tronçons utilisés pour la discrétisation spatiale de la longueur balayée.  $N_{sub} + 1$  résolutions sont donc effectuées pour simuler un passage de la charge (FEA) :

- une résolution pour la position initiale ( $X_0$ ) de la pression de Hertz,
- $N_{sub}$  résolutions en déplaçant successivement cette pression d'une valeur  $\delta_{HP}$  (éq. 7).

$$\delta_{HP} = L_{HP} / N_{sub} \quad \text{éq. 7}$$

La position de la pression de Hertz est caractérisée par un paramètre noté **Time** (éq. 8). Ce paramètre adimensionnel varie de 0 à 1 lors de la première FEA, de 1 à 2 lors de la deuxième FEA et ainsi de suite.

$$\text{Time} = N_{\text{FEA}} \times \frac{i-1}{N_{\text{sub}}}$$

$$1 \leq i \leq N_{\text{sub}} + 1 \text{ (i : numéro du substep)}$$

éq. 8

La Figure 23a illustre la répartition de la contrainte de cisaillement orthogonal  $\tau_{xy}$  pour trois positions de la pression de Hertz : la position initiale (Time=0), une position intermédiaire ( $0 < \text{Time} < 1$ ) et la position finale (Time=1). La Figure 23b illustre l'évolution de cette même contrainte de cisaillement orthogonal  $\tau_{xy}$  en un point donné du massif. Dans cet exemple, la valeur du paramètre  $N_{\text{sub}}$  est 48. L'influence de ce paramètre sur les résultats (cisaillement maximum) est présentée en annexe (annexe A page 136). La valeur de ce paramètre dépend naturellement de la longueur balayée ( $L_{\text{HP}}$ ), mais peut également être liée à la taille des grains.

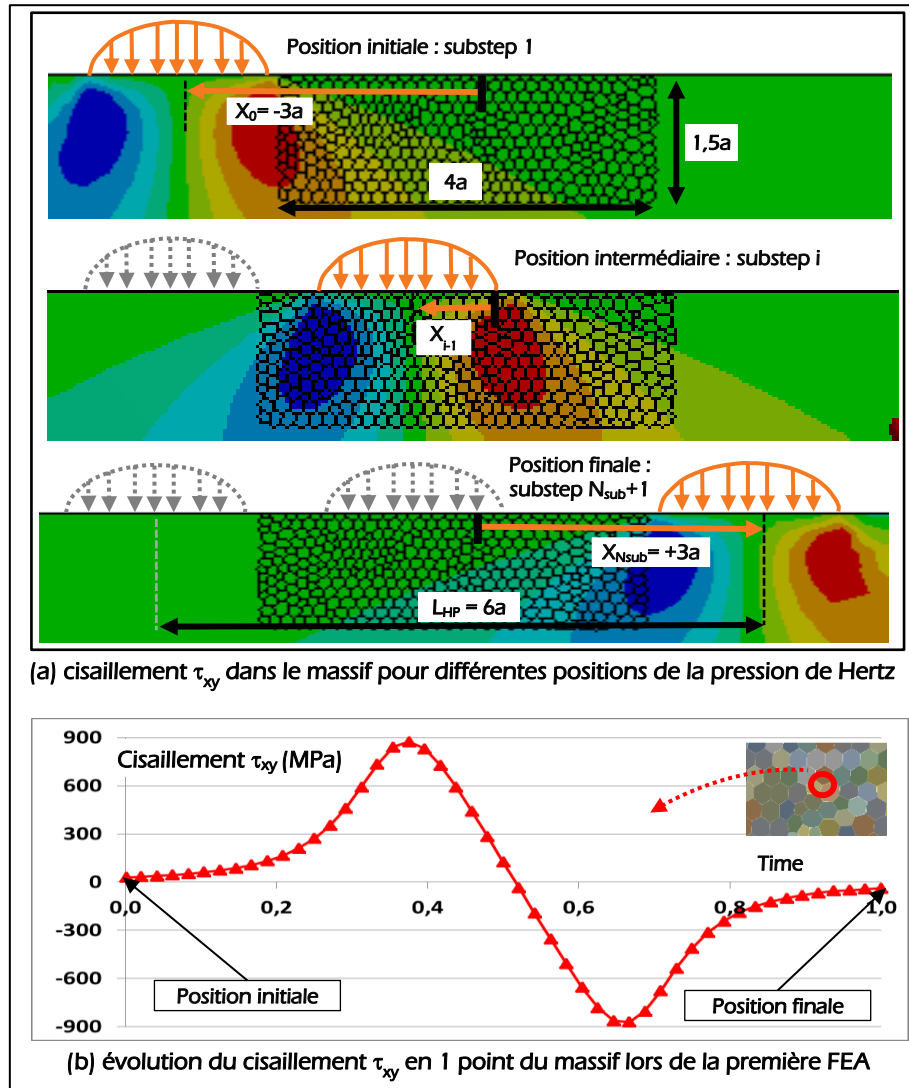


Figure 23 : Principe de la simulation d'un cycle de charge

## 1.2. Endommagement et fatigue

Le phénomène d'initiation de la fissuration en fatigue est dû à une détérioration locale progressive de la structure sous l'effet de cycles de charges répétés. Le concept d'endommagement permet la modélisation de cette détérioration progressive du matériau. Le modèle développé est basé sur une hypothèse d'une initiation de fissure intergranulaire. L'endommagement est donc appliqué aux joints de grains de la microstructure. Ces joints de grains sont modélisés par la méthode des zones cohésives (CZM).

L'endommagement d'un joint de grain modifie localement le comportement de la structure, ce qui nécessite la prise en compte du couplage endommagement-déformation. Les différents cycles de charges seront donc modélisés en modifiant la valeur de l'endommagement pour chaque joint de grain et après chaque cycle. Une méthode consistant à associer à un cycle éléments finis plusieurs cycles réels permet de diminuer le nombre de simulations effectuées.

### 1.2.1. Modélisation des joints de grains par la méthode des zones cohésives

#### 1.2.1.1. Mise en œuvre des éléments cohésifs

Le principe de cette méthode consiste à introduire le long de chaque joint de grain, des éléments spéciaux appelés éléments cohésifs (EC) (Figure 24). Le long du joint de grain, un élément cohésif est inséré entre chaque élément solide.

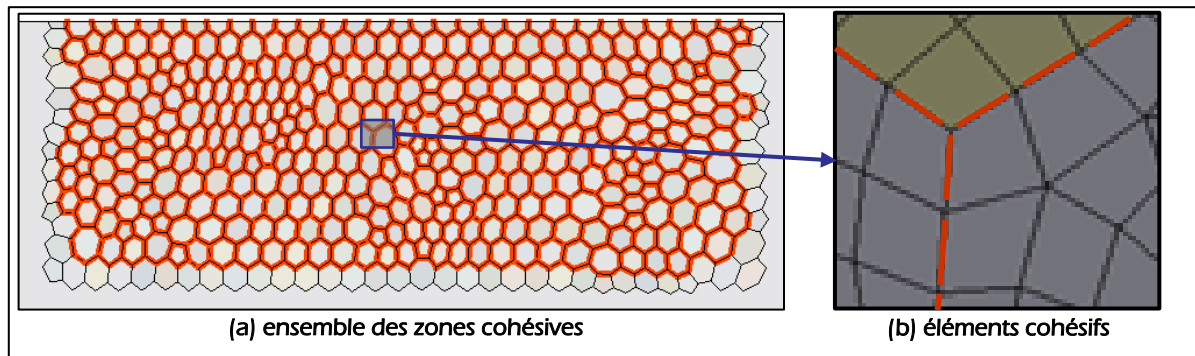


Figure 24 : Visualisation de la répartition des éléments cohésifs (représentés en rouge)

Les éléments utilisés sont les éléments de contact du logiciel ANSYS. Chaque joint de grain correspond à une zone de contact maillée avec les éléments *Contact172* et *targe170* [80], [81] et [82]. Ces éléments sont ceux classiquement utilisés pour modéliser les phénomènes de contact entre 2 solides, avec perte de contact possible (type « *frictional* »). Dans ce modèle, ces éléments sont utilisés dans une configuration ne permettant pas la perte de contact (type « *bonded* »). La formulation utilisée est la méthode par pénalité. La méthode de détection du contact est initialement basée sur les nœuds. L'influence des points de détection (nœuds ou points de Gauss) est présentée au paragraphe 2.2. page 75 ; cette analyse conduit à utiliser finalement la méthode de détection aux points de Gauss.

## 1.2.1.2. Loi cohésive

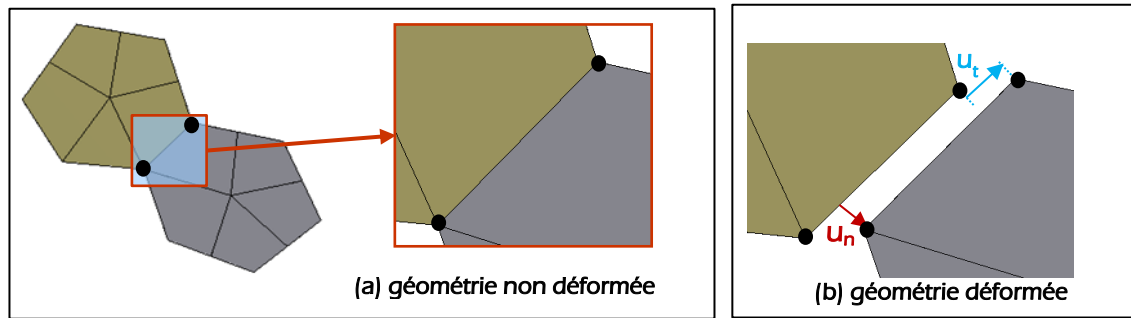


Figure 25 : Déplacements relatifs au niveau des zones cohésives (maillage à 1 élément par joint de grain pour l'illustration)

La loi cohésive permet de relier les efforts surfaciques transmis par les éléments cohésifs aux déplacements relatifs (Figure 25) entre les 2 faces de l'élément cohésif. Des exemples de lois cohésives sont donnés sur la Figure 26.

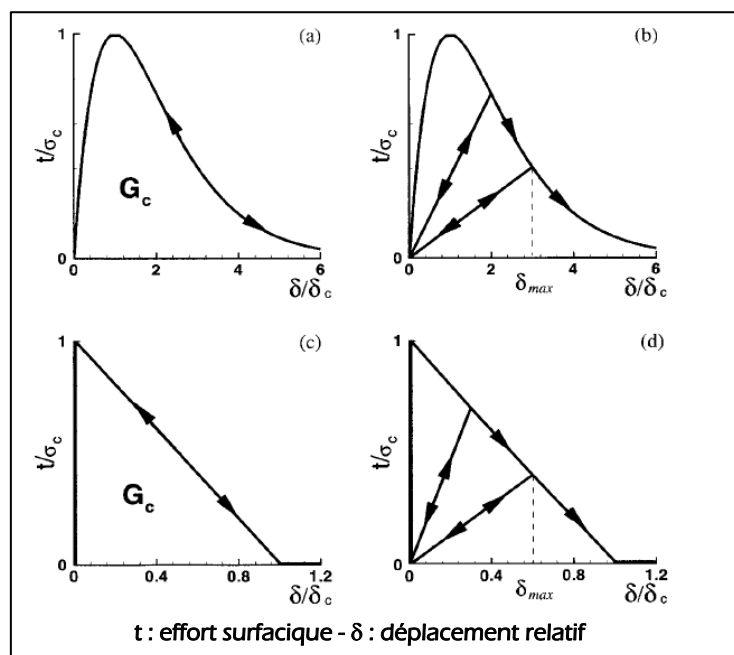


Figure 26 : Exemples de loi cohésives [83]

La loi cohésive utilisée dans ce modèle est une loi linéaire (Figure 27 et éq. 9), aussi bien pour le comportement normal, que pour le comportement tangential. Cette loi cohésive est donc caractérisée par une raideur normale  $K_n$  et une raideur tangentielle  $K_t$ . Le choix d'une loi linéaire permet d'utiliser les raideurs associées à la formulation par pénalités comme raideurs de la loi cohésive.

$$\sigma = K_n \times u_n \quad \tau = K_t \times u_t \quad \text{éq. 9}$$

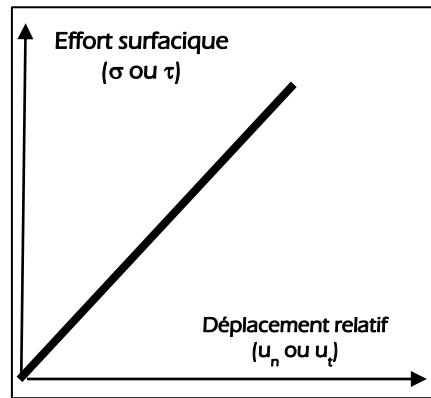


Figure 27 : Loi cohésive utilisée dans le modèle

## 1.2.2. Application mésoscopique de l'endommagement aux joints de grain

### 1.2.2.1. Introduction à la mécanique de l'endommagement

L'objectif de ce paragraphe est d'introduire la notion de variable d'endommagement. Pour plus d'informations sur la mécanique de l'endommagement, on peut se référer au livre de Lemaitre et Desmorat [84], ou de Lemaitre et al. [28].

Le concept d'endommagement est utilisé pour prédire l'initiation de fissures dans une structure. Cet endommagement est caractérisé par une variable d'endommagement qui permet de définir l'évolution continue de l'état d'une structure entre l'état initial (souvent difficile à définir) et l'apparition d'une première fissure de taille mésoscopique.

La variable d'endommagement peut être un scalaire, comme par exemple la première variable introduite par Kachanov en 1958, ou peut prendre la forme d'un tenseur anisotrope.

La mécanique de l'endommagement consiste à représenter une structure endommagée contenant des discontinuités géométriques (micro-fissures et cavités) par une structure continue (Figure 28). La section réelle  $\delta S$  est remplacée par la section effective  $\delta \tilde{S}$ . La variable d'endommagement noté  $D$ , est définie comme le rapport entre la section de ces discontinuités et la section totale. Dans le cas d'un endommagement isotrope, cette variable ne dépend pas de la normale  $\vec{n}$ . Les concentrations de contraintes sont prises en compte dans le calcul de la section effective  $\delta \tilde{S}$ .

$$D(\vec{n}) = \delta S_D / \delta S \quad \delta S_D = \delta S - \delta \tilde{S} \quad \text{éq. 10}$$

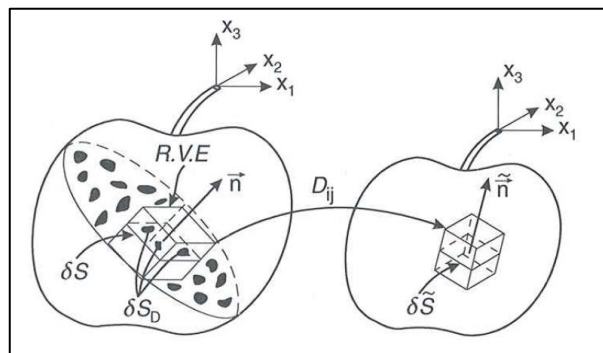


Figure 28 : Principe du concept d'endommagement : (d'après [84])

Afin d'illustrer l'influence de l'endommagement sur les caractéristiques mécaniques du matériau, on se place dans le cas d'une sollicitation unidimensionnelle (Figure 29). La contrainte effective  $\tilde{\sigma}$  est alors définie comme la force rapportée à la section effective (éq. 12). En supposant que le comportement du matériau endommagé est le même que celui du matériau sain, mais en utilisant la contrainte effective (éq. 13), on peut exprimer la loi d'élasticité avec endommagement (éq. 14).



$$\sigma = F/S \quad \text{éq. 11}$$

$$\tilde{\sigma} = F/\tilde{S} = \sigma/(1-D) \quad \text{éq. 12}$$

$$\tilde{\sigma} = E \times \varepsilon \quad \text{éq. 13}$$

$$\sigma = (1-D) \times E \times \varepsilon \quad \text{éq. 14}$$

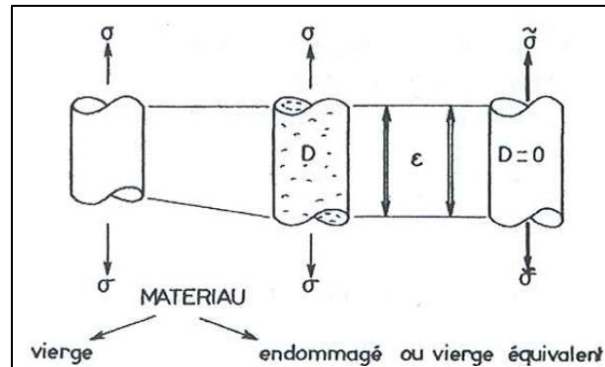


Figure 29 : Endommagement : application en traction 1D (d'après [28])

#### 1.2.2.2. Application aux joints de grain

La mécanique classique de l'endommagement consiste à représenter une structure contenant des discontinuités géométriques par une structure continue (Figure 28). Le travail présenté se situe à une échelle mésoscopique (échelle des grains du matériau). L'application de la mécanique de l'endommagement aux joints de grain consiste donc à remplacer les micro-discontinuités par un joint continu mais endommagé (Figure 30). Ces micro-discontinuités peuvent correspondre à des fissures (échelle inférieure aux grains) ou des accumulations de dislocations. Le joint de grain est considéré comme une seule entité sur laquelle sera appliquée la variable d'endommagement qui sera donc un scalaire noté  $D$ .

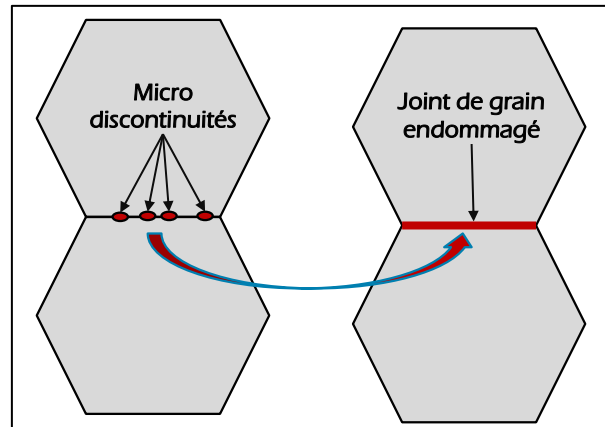


Figure 30 : Mécanique de l'endommagement appliquée aux joints de grain

Les efforts transmis aux joints de grain ont une composante normale et une composante tangentielle. L'analyse de l'état de contrainte dans la structure sous la pression de Hertz (modèle non endommagé), montre que les trois contraintes principales sont négatives (Figure 31). Les efforts normaux transmis aux joints de grain sont donc tous compressifs, ce qui conduit à une hypothèse de fissuration du joint de grain en cisaillement. La mécanique de l'endommagement sera donc appliquée uniquement sur le comportement tangentiel des joints de grain.

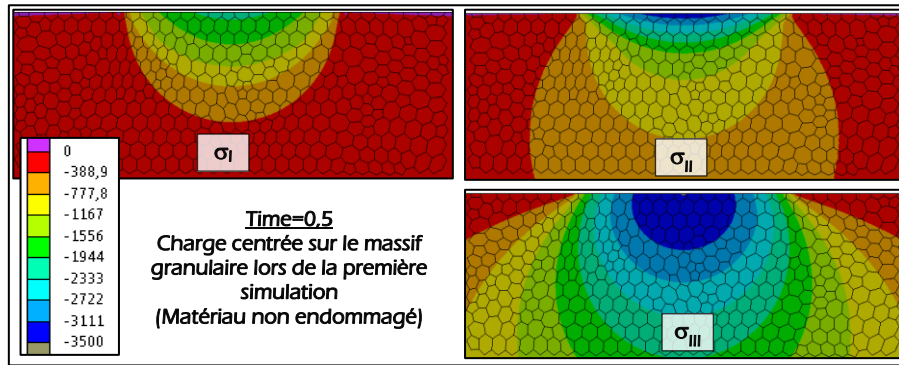


Figure 31 : Contraintes principales (MPa) dans un massif non endommagé

L'application de la mécanique de l'endommagement des milieux continus à la traction uniaxiale (éq. 14) se traduit par une influence directe de la variable endommagement sur le module d'Young initiale  $E_0$  (éq. 15). Une approche naturelle consiste donc à appliquer de la même façon l'endommagement directement sur la raideur tangentielle des éléments cohésifs (éq. 16). La valeur de la raideur initiale  $K_{t0}$  sera définie au paragraphe 2.1. de ce chapitre (page 66).

$$E = E_0 \times (1 - D) \quad \text{éq. 15}$$

$$K_t = K_{t0} \times (1 - D) \quad \text{éq. 16}$$

### 1.2.3. Loi et paramètres d'endommagement

#### 1.2.3.1. Loi et critère d'endommagement

L'évolution de l'endommagement après chaque simulation du passage de la charge (FEA) et pour chaque joint de grain est modélisée par une loi de type Kachanov (éq. 17) décrite par Lemaitre et al. [28]. Dans cette loi,  $D$  représente l'endommagement,  $N$  le nombre de cycles subi par la structure.  $m$  et  $\sigma_r$  sont des paramètres matériaux. La variable  $\sigma$  correspond un critère d'endommagement.

$$\frac{dD}{dN} = \left[ \frac{\sigma}{\sigma_r(1 - D)} \right]^m \quad \text{éq. 17}$$

Ce critère d'endommagement doit caractériser l'évolution de l'état de contrainte le long du joint de grain durant la simulation du passage de la charge. L'hypothèse de fissuration des joints de grain en cisaillement conduit à baser ce critère sur la valeur de la contrainte de cisaillement intergranulaire (ISS : Intergranular shear stress). Ce critère est évalué après chaque simulation et pour chaque joint de grain.

L'exemple donné sur la Figure 32 permet d'illustrer la méthode d'évaluation de ce critère pour un joint de grain donné. Le joint de grain utilisé pour cet exemple se situe dans la zone du cisaillement orthogonal maximal et son orientation correspond approximativement à l'axe vertical (axe y) (Figure 32a). La valeur du cisaillement intergranulaire le long de ce joint de grain doit donc être très proche de celle du cisaillement orthogonal dans les grains adjacents.

La répartition du cisaillement intergranulaire le long du joint de grain est représentée sur la Figure 32b. Les discontinuités observées entre chaque élément cohésif (maillage à quatre éléments par joint de grain dans l'exemple) sont analysées au paragraphe 2.2. page 75 de ce chapitre. L'évolution de ce cisaillement intergranulaire au cours de la **première simulation** (Time =0 à Time =1 ; joints de grain non endommagés) est illustrée sur la Figure 32c. Ce cisaillement n'étant pas constant le long du joint, les courbes de cette Figure 32c représentent l'évolution de la valeur minimum, de la valeur maximum et de la valeur moyenne.



La variable d'endommagement  $D$  caractérise l'endommagement de l'ensemble du joint de grain. Le critère d'endommagement doit donc être représentatif du cisaillement sur l'ensemble du grain. C'est donc l'amplitude de la variation de la valeur **moyenne** du cisaillement, amplitude notée  $\Delta\tau$  (Figure 32c), qui est utilisée comme critère d'endommagement.

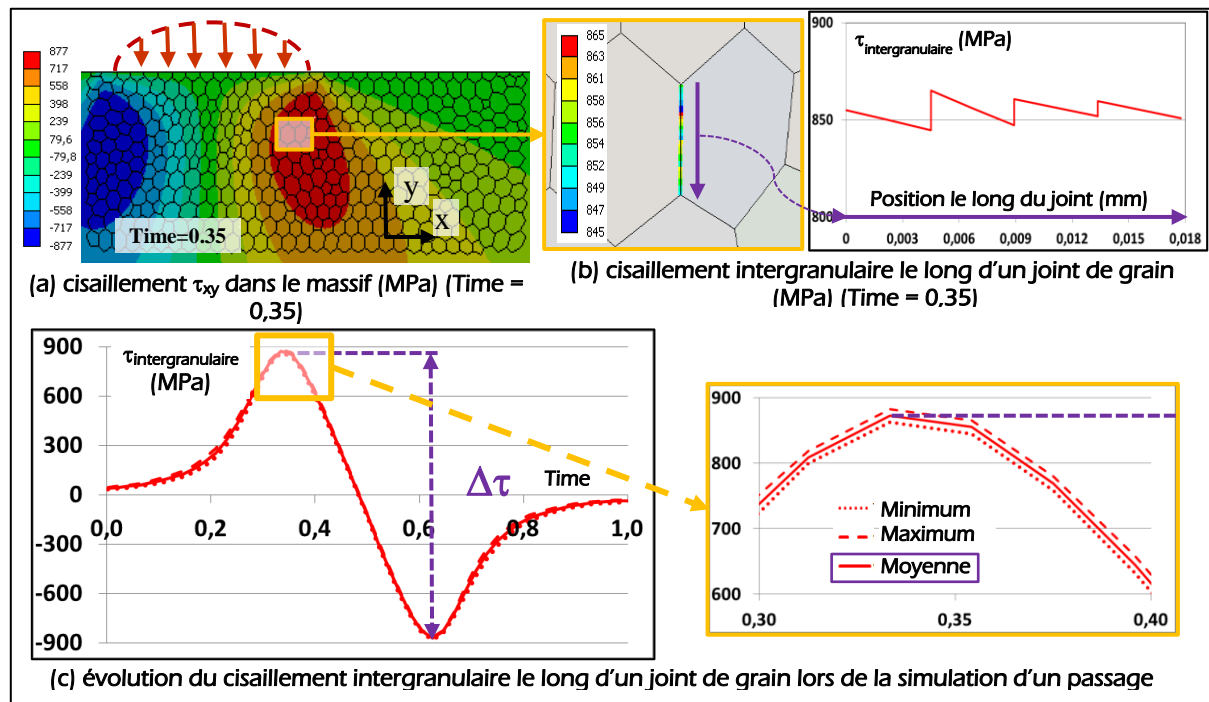


Figure 32 : Cisaillement dans les joints de grain (MPa) (FEA 1 : modèle non endommagé)

Remarque sur le calcul de la valeur moyenne du cisaillement intergranulaire de la Figure 32c :

- pour simplifier le post traitement, cette valeur moyenne est en fait obtenue en faisant la moyenne de la valeur minimum et de la valeur maximum. Cette moyenne affichée sur la courbe de la Figure 32c ne correspond donc pas forcément à la moyenne réelle le long du joint de grain.
- Le critère d'endommagement est quant à lui calculé à partir de la **moyenne réelle** le long du joint de grain.

La loi d'endommagement finalement implantée dans le modèle est décrite ci-dessous (équ. 18).

$$\frac{dD}{dN} = \left[ \frac{\Delta\tau}{\sigma_r(1-D)} \right]^m \quad \text{équ. 18}$$

Les paramètres matériau implémentés dans le modèle sont ceux utilisés par Raje et al. [78] ou par Jalalahmadi et Sadeghi [85] pour une application similaire en fatigue de contact. Ces paramètres sont donnés dans la Table 2. Ces paramètres sont

$m$	$\sigma_r$
10,1	6 113 MPa

Table 2 : Paramètres matériau de la loi d'endommagement

### 1.2.3.2. Détermination des paramètres matériau

Ce paragraphe est consacré à la description de la méthode utilisée pour déterminer ces paramètres matériau (Table 2). La connaissance de cette méthode et des hypothèses utilisées permet une meilleure analyse des différents résultats obtenus par la suite. Cette description permet également d'illustrer l'application de la loi d'endommagement choisie (équ. 18) dans le cas d'une approche non couplée, c'est-à-dire dans le cas d'un état de contrainte non modifié par l'endommagement.

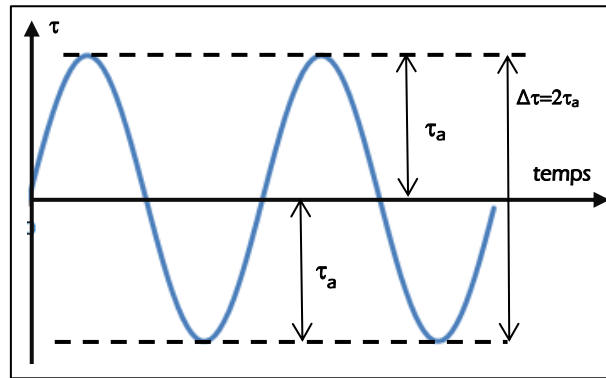


Figure 33 : Contrainte de cisaillement lors d'un essai de torsion purement alternée

Les paramètres matériau ont été déterminés à partir d'essais de fatigue en torsion purement alternée. L'évolution de la contrainte de cisaillement au cours de ce type d'essai est représentée sur la Figure 33. Lors de cet essai, la valeur du cisaillement alterné  $\tau_a$  (donc du critère d'endommagement  $\Delta\tau$ ) est constante. Dans le cas d'un  $\Delta\tau$  constant, cette loi d'endommagement (éq. 18) peut être intégrée (éq. 19). La courbe représentant l'endommagement  $D$  en fonction du nombre de cycles  $N$  est donnée sur la Figure 34 ; la valeur numérique utilisée pour cette courbe est  $\Delta\tau = 1\,742\text{ MPa}$ .

$$D(N) = 1 - \left[ (1 + m) \times \left( \frac{1}{1 + m} - \left( \frac{\Delta\tau}{\sigma_r} \right)^m \times N \right) \right]^{\frac{1}{1+m}} \quad \text{éq. 19}$$

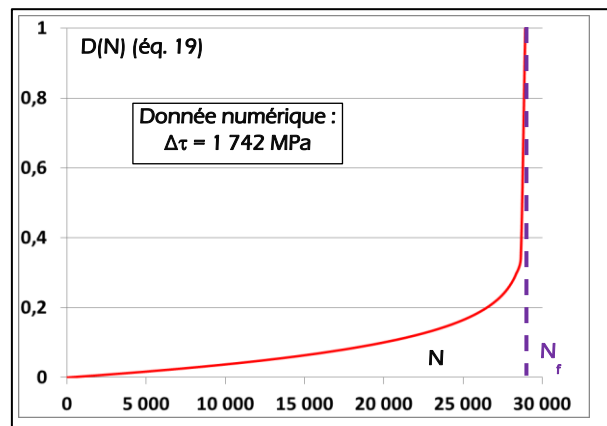


Figure 34 : Évolution de l'endommagement ( $\Delta\tau = C^{\text{st}} = 1\,742\text{ MPa}$ )

On considère que lorsque l'endommagement atteint la valeur 1, cela correspond à l'initiation de la rupture, c'est-à-dire à l'apparition d'une macrofissure. À partir de la loi d'endommagement utilisée (éq. 18 et éq. 19), on peut donc exprimer le nombre de cycle correspondant à cette initiation de rupture,  $N_f$ , en fonction de l'amplitude de cisaillement ( $\Delta\tau$ ) appliquée (éq. 20) ou réciproquement l'amplitude de cisaillement correspondant à l'initiation de la rupture pour un nombre de cycle donné (éq. 21).

$$N_f = \frac{1}{1+m} \times \left( \frac{\Delta\tau}{\sigma_r} \right)^{-m} \quad \text{éq. 20}$$

$$\Delta\tau = [\sigma_r \times (1 + m)^{-1/m}] \times N_f^{-1/m} = A \times N_f^{-1/m} \quad (A = \sigma_r \times (1 + m)^{-1/m}) \quad \text{éq. 21}$$

$$\log(\Delta\tau) = \log A - 1/m \times \log N_f$$

Cette dernière relation (éq. 21) est similaire à une loi de type Basquin. En approximant les résultats des essais par une telle loi (Figure 35), on peut donc en déduire les 2 paramètres matériau  $m$ , et  $\sigma_r$  de la loi d'endommagement.

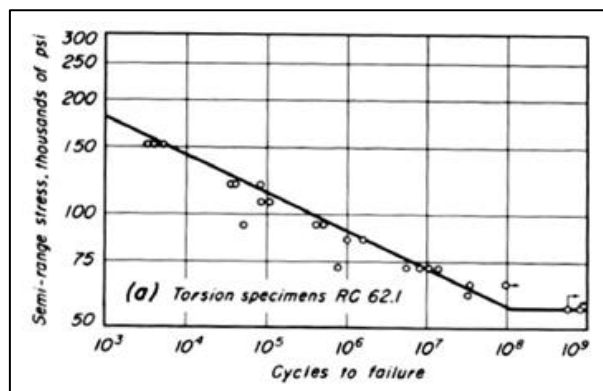


Figure 35 : Résultats d'essais de fatigue en torsion (d'après [85])

L'utilisation des paramètres matériau ainsi définis dans un modèle à une échelle mésoscopique prenant un compte le couplage entre l'endommagement et les contraintes peut être remise en cause. Ces paramètres permettent cependant d'obtenir une première estimation du comportement du modèle développé.

#### 1.2.4. Modélisation des cycles de fatigue : méthode « jump in cycles »

##### 1.2.4.1. Description de la méthode utilisée

La durée de vie des pièces en fatigue de contact de roulement peut atteindre des nombres de cycles très importants (plusieurs millions). Il n'est donc pas envisageable de simuler la totalité des cycles de charge. La méthode utilisée pour diminuer le nombre de simulations est celle mise en œuvre par exemple par Raje [52] et est basée sur la démarche appelée « jump in cycles » décrite par Lemaitre et Desmorat [84].

Il s'agit en fait d'une méthode par palier. Chaque simulation éléments finis (FEA) d'un passage de la charge correspond à un certain nombre de cycles réels. Pendant chaque palier, l'endommagement est donc considéré comme constant. Le nombre de cycles réels correspondant à une simulation éléments finis est contrôlé par la variable  $\Delta D$ . Cette variable, correspond à la variation maximum d'endommagement entre deux simulations éléments finis. On distinguera donc le nombre de cycles réels subis par la structure, noté  $N$ , du nombre de simulation éléments finis de passage de charge, noté  $N_{FEA}$ . Le nombre de cycles utilisé pour calculer le taux d'endommagement (eq. 18) correspond au nombre de cycles réels  $N$ , et non au nombre de simulations éléments finis.

L'implémentation numérique est décrite sur la Figure 36.

**Post traitement après chaque simulation éléments finis i :**

- Évaluation du critère d'endommagement pour chaque joint de grain j :

$$(\Delta\tau)_j^i$$

- Calcul du taux d'endommagement pour chaque joint de grain j :

$$\left(\frac{dD}{dN}\right)_j^i = \left[ \frac{(\Delta\tau)_j^i}{\sigma_r(1 - D_j^i)} \right]^m$$

- Recherche du taux critique (joint subissant la variation d'endommagement maximum durant la simulation i):

$$\left(\frac{dD}{dN}\right)_{critique}^i = \max_j \left(\frac{dD}{dN}\right)_j^i$$

- Calcul de l'incrément du nombre de cycle :

$$\Delta N^i = \max \left( \frac{\Delta D}{\left(\frac{dD}{dN}\right)_{critique}^i}; 1 \right)$$

- Calcul de l'incrément d'endommagement de chaque joint de grain :

$$(\Delta D)_j^i = \Delta N^i \times \left(\frac{dD}{dN}\right)_j^i$$

- Calcul du nouvel endommagement de chaque joint de grain :

$$D_j^i = D_j^{i-1} + (\Delta D)_j^i$$

**Figure 36 : Implémentation numérique de la méthode « jump in cycles »**

#### 1.2.4.2. Illustration : application de la méthode à un système simplifié

##### 1.2.4.2.1. Principe

On considère un système simplifié constitué d'un unique joint de grain soumis à un cisaillement intergranulaire ne changeant pas entre les différentes simulations ( $\Delta\tau = C^{st}$ ; pas de couplage endommagement contrainte). L'application de la méthode générale décrite sur la Figure 36 à ce système simplifié est illustrée sur la Figure 37. Étant donné qu'il n'y a qu'un seul joint de grain, la variation d'endommagement de ce joint entre chaque simulation est égale à la variable  $\Delta D$ .

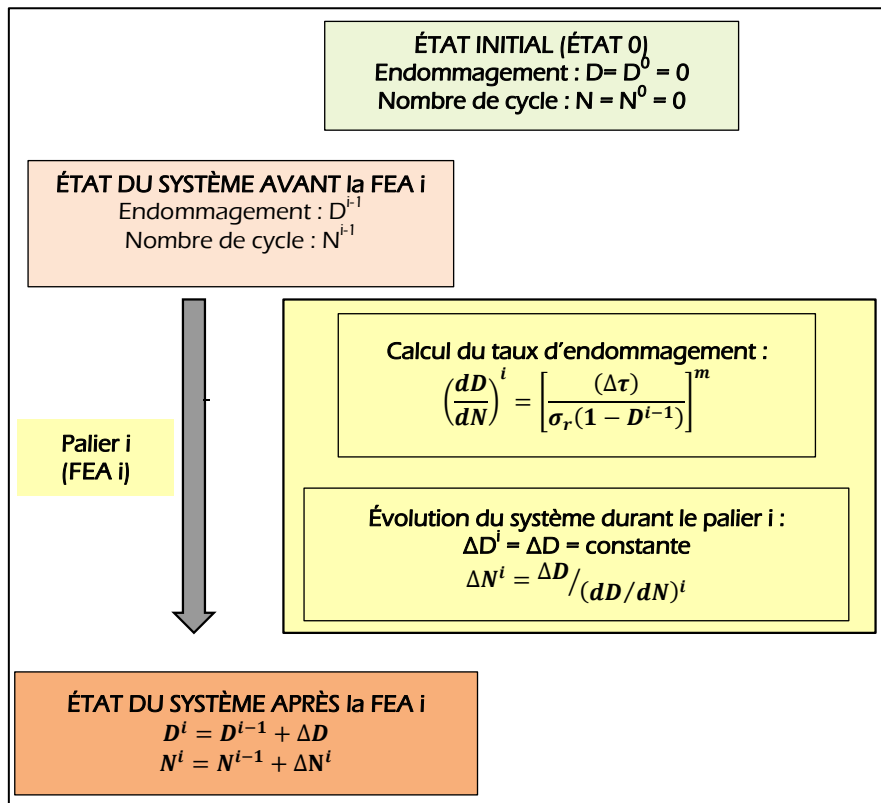


Figure 37 : Implémentation numérique de la méthode pour un système simplifié : 1 joint de grain et  $\Delta\tau = C^{st}$

#### 1.2.4.2.2. Application numérique

Les valeurs numériques utilisées dans cet exemple sont  $\Delta\tau = 1742$  MPa et  $\Delta D = 0,2$ . Le nombre de cycles et l'endommagement correspondant à chaque palier sont résumés dans la Table 3. La Figure 38 représente l'évolution de l'endommagement en fonction du nombre de cycle.

"palier"	État du système AVANT la FEA i		Variation		état du système APRÈS la FEA i	
	D	N	dD/dN	ΔN	N	D
1	0	0	3,1E-06	6,4E+04	64 160	0,20
2	0,2	6,42E+04	3,0E-05	6,7E+03	70 897	0,40
3	0,4	7,09E+04	5,4E-04	3,7E+02	71 266	0,60
4	0,6	7,13E+04	3,3E-02	6,1E+00	71 272	0,80
5	0,8	7,13E+04	3,6E+01	1,0E+00	71 273	>1

Table 3 : Exemple numérique de la méthode pour un système simplifié : 1 joint de grain et  $\Delta\tau = C^{st}$

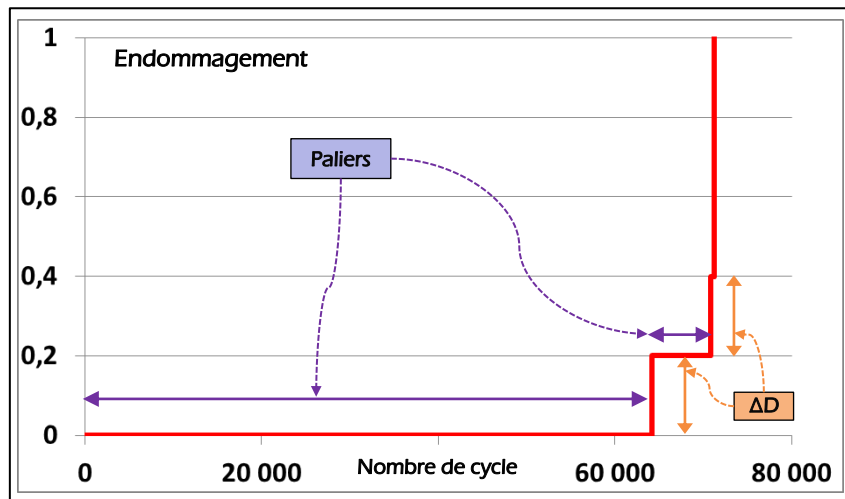


Figure 38 : Exemple numérique de la méthode pour un système simplifié : 1 joint de grain et  $\Delta\tau=C^{st}$

#### 1.2.4.2.3. Influence du paramètre $\Delta D$

La méthode « jump in cycles » est contrôlée par le paramètre  $\Delta D$ , correspondant à l'incrément maximum d'endommagement entre chaque simulation éléments finis. Une première étude d'influence de ce paramètre est réalisée sur ce système simplifié. La Figure 39 représente l'évolution de l'endommagement en fonction du nombre de cycles pour différentes valeurs du paramètre  $\Delta D$ . La courbe noire, représente la solution obtenue sans utiliser la méthode « jump in cycles », c'est-à-dire en supposant une évolution continue de l'endommagement (équ. 19).

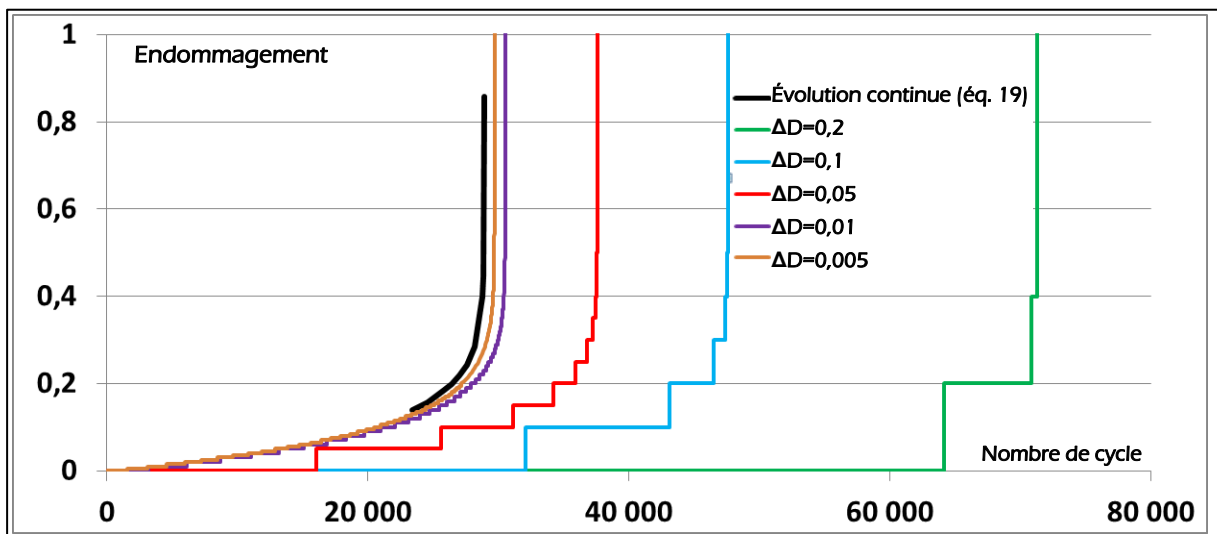


Figure 39 : Influence de l'incrément d'endommagement pour un système simplifié : 1 joint de grain et  $\Delta\tau=C^{st}$

L'influence du paramètre  $\Delta D$  apparaît clairement sur la Figure 39. Cette figure illustre parfaitement le fait qu'en diminuant la valeur du paramètre  $\Delta D$ , la solution de la méthode par paliers converge vers la solution continue. Cependant, les résultats obtenus sur ce système simplifié mettent en évidence le fait qu'un incrément d'endommagement assez « petit » (donc un nombre de paliers assez « grand ») est nécessaire pour obtenir une précision suffisante. Or, dans le modèle RCF, chaque palier correspond à une simulation éléments finis d'un passage de charge, donc la diminution de la valeur du paramètre  $\Delta D$  engendre une augmentation des temps de calcul. L'influence de ce paramètre  $\Delta D$  sur les résultats du modèle RCF est analysée dans la suite de ce travail (Chapitre III.2.2.3 page 115).

## 2. Analyse et résultats

### 2.1. Influence de la raideur des éléments cohésifs

#### 2.1.1. Objectifs et méthodes

Les éléments cohésifs utilisés sont caractérisés par une loi (loi cohésive) reliant les efforts transmis aux déplacements relatifs entre les deux grains (paragraphe 1.2.1.2 page 56). Dans un modèle éléments finis sans éléments cohésifs, les nœuds sur les joints de grain sont communs aux 2 grains, ce qui est donc équivalent à une raideur infinie entre chaque grain. L'introduction d'éléments cohésifs entre les grains revient donc à remplacer cette raideur infinie par une raideur finie, ce qui entraîne donc un assouplissement du modèle.

La valeur de la raideur des éléments cohésifs (éq. 9) va influencer la réponse du modèle. Le choix d'une valeur trop faible conduit à une modification trop importante du comportement, tandis que le choix d'une valeur trop élevée peut entraîner des instabilités numériques. L'influence de cette raideur a notamment été étudiée par Espinosa et Zavattieri [72] et par Blal et al. [86]. Une méthode pour s'affranchir de ce problème est de choisir une loi cohésive avec une réponse initiale parfaitement rigide (raideur infinie) (Figure 26c et d). On peut pour cela introduire les éléments cohésifs, non pas dès le début de la simulation, mais après la rupture entre 2 éléments solides. Cette méthode qui a été utilisée par Camacho et Ortiz [58], Molinari [87], et Snozzi [88], ne peut être appliquée au modèle développé dans ce travail. En effet, la modélisation de l'endommagement progressif des joints de grain depuis un état initial sain jusqu'à leur rupture se traduit par une diminution de la raideur des éléments cohésifs (éq. 16 page 59). Ces éléments cohésifs doivent donc être présents dans le modèle dès le début des simulations.

La problématique est donc la suivante : Quelle valeur de raideurs permet de :

- modéliser un joint de grain non endommagé ?
- modéliser un joint de grain totalement endommagé ?

La réponse à cette problématique va se dérouler suivant les 3 étapes décrites ci-dessous.

- Une approche analytique sur un système simplifié (Figure 40a) : cette étape aboutit à une formulation théorique de l'influence de la raideur cohésive sur le comportement du modèle. Cette formulation permet de définir une raideur initiale (joint de grain non endommagé) indépendamment de la taille des grains et du matériau (module d'Young).
- Une approche globale sur le modèle éléments finis développé (modèle RCF) : on s'intéresse ici au comportement de l'ensemble du système en termes de contrainte maximum (Figure 40b) et déplacement maximum.
- Une approche locale sur le même modèle éléments finis : on se focalise sur la répartition du cisaillement au niveau d'un joint de grain (Figure 40c).

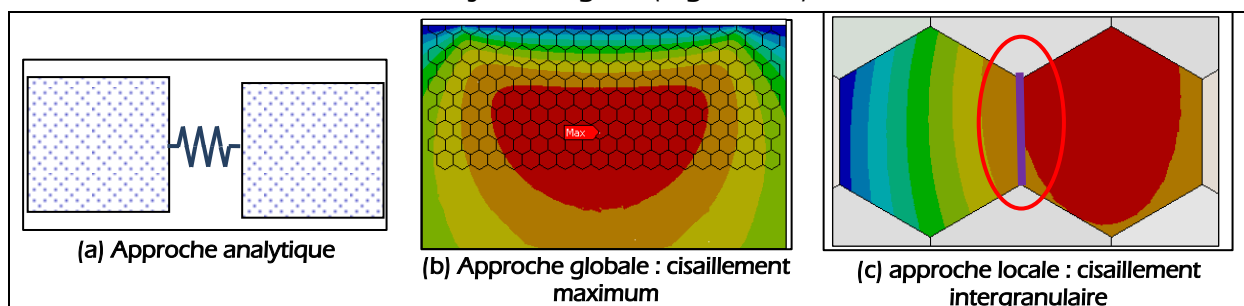


Figure 40 : Approches utilisées pour l'analyse de la raideur des éléments cohésifs

Le modèle éléments finis utilisé dans ce paragraphe est un modèle avec une représentation des grains par des hexagones réguliers, une pression de Hertz fixe et centrée sur la zone granulaire, et sans endommagement.



## 2.1.2. Approche analytique sur un système simplifié

### 2.1.2.1. Description du système étudié

Afin de mettre en évidence l'influence de la raideur des éléments cohésifs sur la raideur globale d'un système, une première approche analytique a été effectuée sur un système simplifié. Ce système est constitué de 2 cubes séparés par une raideur  $K_n$  (équivalent à une raideur cohésive) et soumis à une variation de longueur  $\delta$  (Figure 41c). On s'intéresse ici à l'influence de la raideur  $K_n$  sur la valeur de la contrainte normale  $\sigma$  à appliquer au système. Deux autres systèmes intermédiaires, un cube seul (Figure 41a), et un assemblage parfait (sans raideur cohésive) de deux cubes (Figure 41b) seront également soumis au même cas de charge.

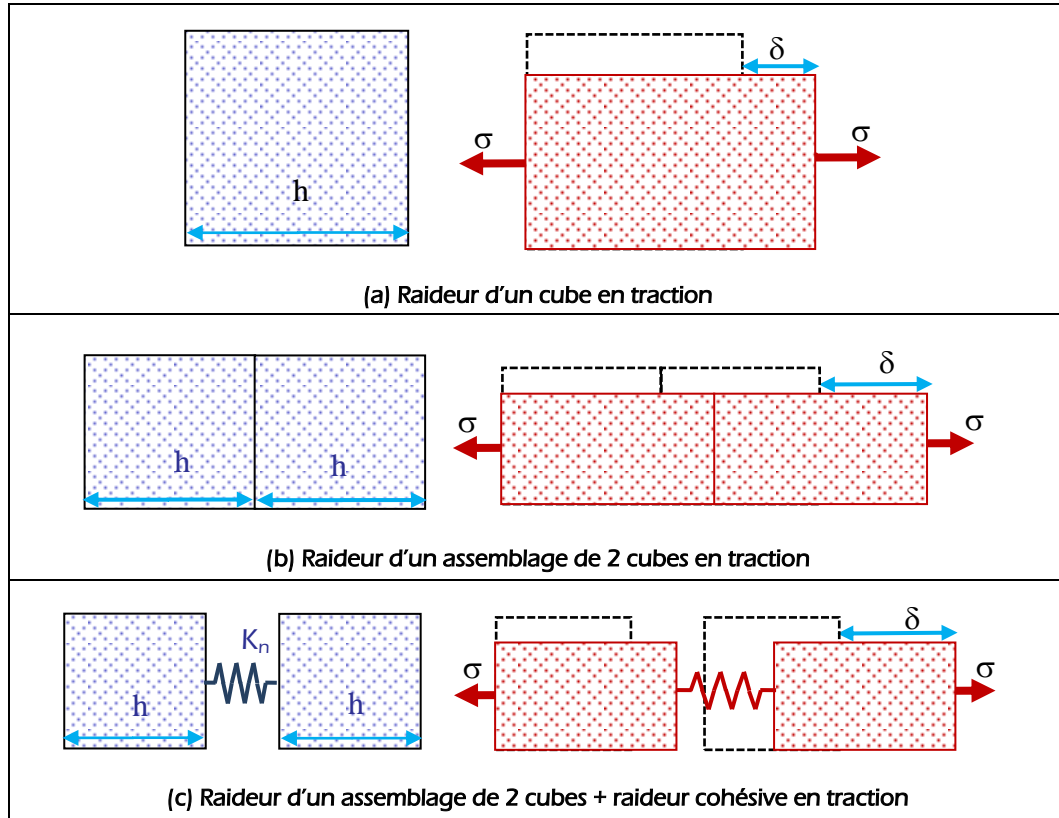


Figure 41 : Influence de la raideur cohésive : illustration sur un système simplifié

### 2.1.2.2. Raideurs des systèmes

Les raideurs des trois systèmes représentés sur la Figure 41 sont données dans la Table 4.

Cube seul	$\sigma = K_s \times \delta$ avec $K_s = \frac{E}{h}$	éq. 22
Assemblage parfait (sans raideur cohésive) de 2 cubes	$\sigma = K_s/2 \times \delta$	éq. 23
Assemblage de 2 cubes avec raideur cohésive	$\sigma = K_s/2 \times \left(1 + \frac{K_s/2}{K_n}\right)^{-1} \times \delta$	éq. 24

Table 4 : Raideur des différents systèmes simplifiés



La justification des équations données dans la Table 4 est donnée ci-après :

Raideur d'un cube en traction (Figure 41a et éq. 22) :

Dans le cadre de l'élasticité linéaire, la loi de Hooke ( $\sigma = E \times \varepsilon$ ) et la relation déformation-déplacement ( $\varepsilon = \frac{\delta}{h}$ ), permettent de déterminer la constante de proportionnalité  $K_s$  entre la contrainte appliquée sur le cube et son allongement. Cette constante  $K_s$  représente la raideur du solide.

Raideur d'un assemblage parfait de 2 cubes en traction (Figure 41b et éq. 23) :

Cet assemblage est équivalent à deux raideurs en série ; il est donc 2 fois plus souple que le système précédent constitué d'un seul cube.

Raideur d'un assemblage de 2 cubes séparés par une raideur cohésive (Figure 41c et éq. 24) :

Cet assemblage correspond à trois raideurs en série, sa souplesse (inverse de la raideur) est donc la somme des trois souplesses.

### 2.1.2.3. Influence de la raideur cohésive sur la contrainte transmise

Pour un allongement  $\delta$  imposé au système, le ratio entre la contrainte  $\sigma$  transmise avec présence d'une raideur cohésive, c'est-à-dire présence d'un élément cohésif (EC) et cette même contrainte transmise sans élément cohésif permet de quantifier l'influence de la raideur cohésive  $K_n$  sur le comportement global du système. Les équations de la Table 4 (éq. 23 et éq. 24) permettent de déterminer l'expression de ce ratio (éq. 25).

$$\frac{\sigma_{avec\ EC}}{\sigma_{sans\ EC}} = \left(1 + \frac{K_s/2}{K_n}\right)^{-1} \quad \text{éq. 25}$$

La courbe représentant l'influence de la raideur de l'élément cohésif sur la contrainte transmise (éq. 25) est représentée sur la Figure 42. Ce ratio est tracé directement en fonction de la raideur  $K_n$  de l'élément cohésif (pour une valeur de  $K_s$  fixée) ou en fonction du nombre adimensionnel  $K_n/K_s$ . Dans le premier cas, la raideur du cube  $K_s$  a été calculée à partir de valeurs numériques permettant au système simplifié d'être représentatif du modèle RCF. Ces valeurs sont les suivantes :

- $h = 25\ \mu\text{m}$  : taille moyenne des grains du modèle RCF,
- $E = 200\ \text{GPa}$  : module d'Young de l'acier.

La valeur de la raideur d'un cube associée à ces valeurs numériques est :  $K_s = 8 \cdot 10^6\ \text{MPa/mm}$

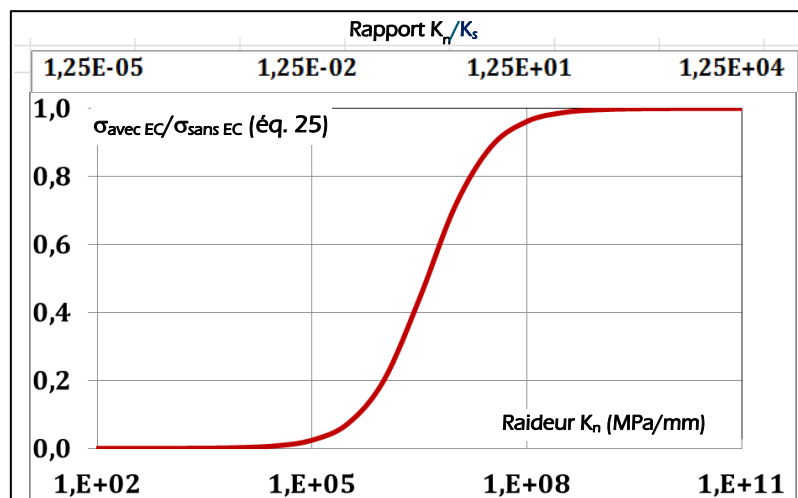


Figure 42 : Influence de la raideur cohésive sur la raideur globale du système (approche analytique)

La courbe représentée sur la Figure 42 permet de définir des valeurs de la raideur cohésive (Table 5) permettant de :

- ne pas modifier le comportement global du système,
- ne plus transmettre d'effort, c'est-à-dire de modéliser un joint de grain totalement endommagé.

	Raideur absolue $K_n$ ( $h = 25 \mu\text{m}$ et $E = 200 \text{ GPa}$ )	Rapport de raideur $K_n/K_s$
Élément non endommagé	$10^{10} \text{ MPa/mm}$	$10^3$
Élément totalement endommagé	$10^4 \text{ MPa/mm}$	$10^{-3}$

Table 5 : Raideurs extrêmes des éléments cohésifs (approche analytique sur un système simplifié)

La même analyse peut être effectuée pour la raideur tangentielle  $K_t$ . Il faut alors utiliser pour la raideur du solide  $K_s$ , le module de cisaillement  $G$ , à la place du module d'Young  $E$ . Cela ne modifie pas les ordres de grandeurs. Les valeurs données dans la Table 5 peuvent donc également être utilisées pour cette raideur tangentielle.

### 2.1.3. Analyse globale sur le modèle RCF

#### 2.1.3.1. Objectifs et méthode d'analyse

L'approche analytique simplifiée du paragraphe précédent a permis (i) de montrer l'influence de la raideur des éléments cohésifs sur le comportement d'un système, (ii) de fournir une première estimation des valeurs à donner aux raideurs cohésives pour modéliser soit un joint de grain sain (non endommagé) soit un joint de grain « rompu » (totalement endommagé).

On cherche maintenant à vérifier que les conclusions obtenues avec l'approche analytique sur un modèle simplifié s'appliquent sur le modèle RCF. L'objectif de ce paragraphe est d'analyser l'influence de la raideur des éléments cohésifs sur le comportement **global** du modèle. La raideur normale et la raideur tangentielle sont gardées identiques ( $K_n = K_t$ ).

Pour cette analyse, on s'intéresse à 2 grandeurs :

- la valeur maximum du cisaillement maximum (Figure 43a),
- la valeur maximum du déplacement dans la direction  $y$  (Figure 43b).

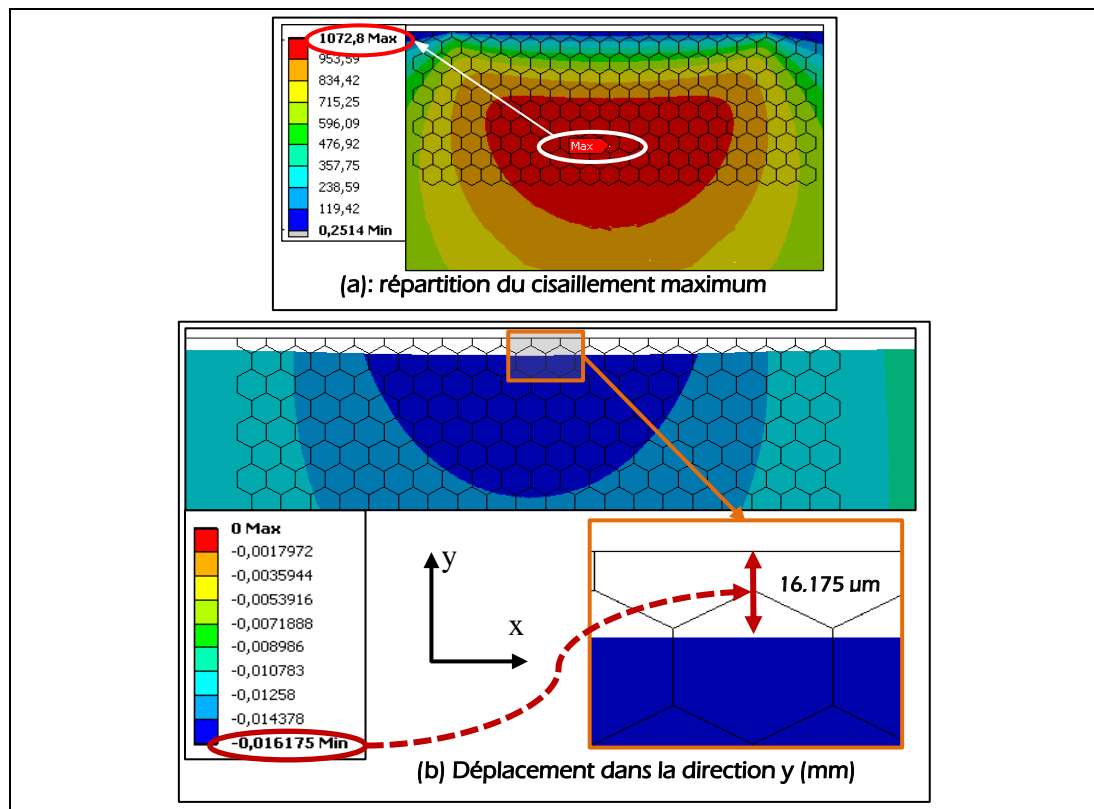


Figure 43 : Critères utilisés pour l'analyse globale sur le modèle RCF

### 2.1.3.2. Résultats

L'influence de la raideur des éléments cohésifs sur le comportement global du modèle est donnée sur la Figure 44.

L'analyse du comportement du modèle pour des valeurs faibles des raideurs, montre une augmentation du déplacement sous la charge (Figure 44b). Ce résultat met de nouveau en évidence le fait que diminuer la raideur cohésive correspond à assouplir le modèle.

En augmentant la valeur des raideurs cohésives, le comportement du modèle devient insensible à la valeur de ces raideurs. De plus, la valeur maximale obtenue pour le cisaillement maximum est en accord avec celle donnée par la théorie de Hertz :  $0,3 P_0 = 1\,050\text{ MPa}$  (cf. annexe A page 133).

Le choix d'une valeur  $10^{10}\text{ MPa/mm}$  pour ces raideurs cohésives paraît suffisant pour ne pas modifier le comportement global du modèle RCF. Ce résultat est en accord avec celui obtenu au paragraphe précédent sur le modèle simplifié.

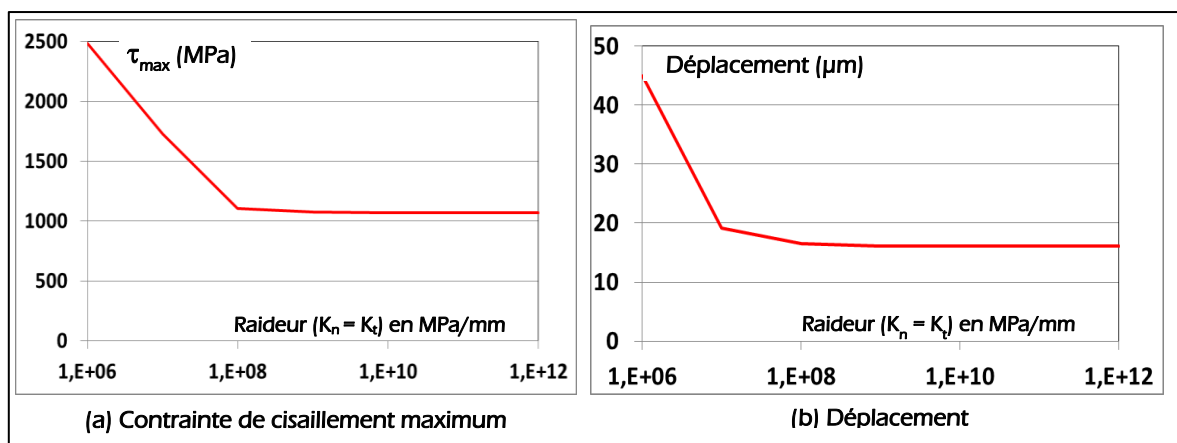


Figure 44 : Influence des raideurs cohésives sur le comportement global du modèle RCF

## 2.1.4. Analyse locale au niveau du joint de grain sur le modèle RCF

### 2.1.4.1. Objectifs et méthode d'analyse

Le critère d'endommagement  $\Delta\tau$  utilisé est basé sur le cisaillement intergranulaire et non sur le cisaillement maximal dans les grains (paragraphe 1.2.3 page 59). Il est donc nécessaire d'analyser l'influence des raideurs cohésives sur ce cisaillement intergranulaire.

Le modèle utilisé est le même que celui utilisé pour l'analyse globale du paragraphe précédent.

Pour cette analyse, on choisit un joint de grain parallèle à la direction y (Figure 45) situé dans la zone où le cisaillement orthogonal  $\tau_{xy}$  est maximum. Ce joint étant parallèle à la direction y, le cisaillement intergranulaire correspond au cisaillement orthogonal.

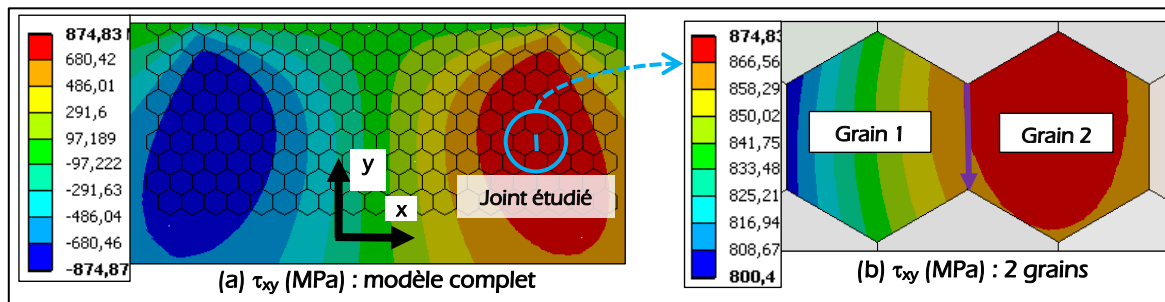


Figure 45 : répartition du cisaillement orthogonal  $\tau_{xy}$

En un point donné du joint de grain (Figure 45b et Figure 46), la valeur du cisaillement peut être évaluée à partir de :

- l'élément solide du grain 1,
- l'élément solide du grain 2,
- l'élément cohésif situé entre les 2 grains.

La méthode des éléments finis basée sur une approche déplacement n'assure pas la continuité du champ de contrainte. Ces trois valeurs du cisaillement intergranulaire ne sont donc pas forcément identiques. Un exemple de tracé de l'évolution de ce cisaillement le long du joint de grain étudié est donné sur la Figure 46 (ces résultats ont été obtenus avec un maillage à quatre éléments le long du joint de grain).

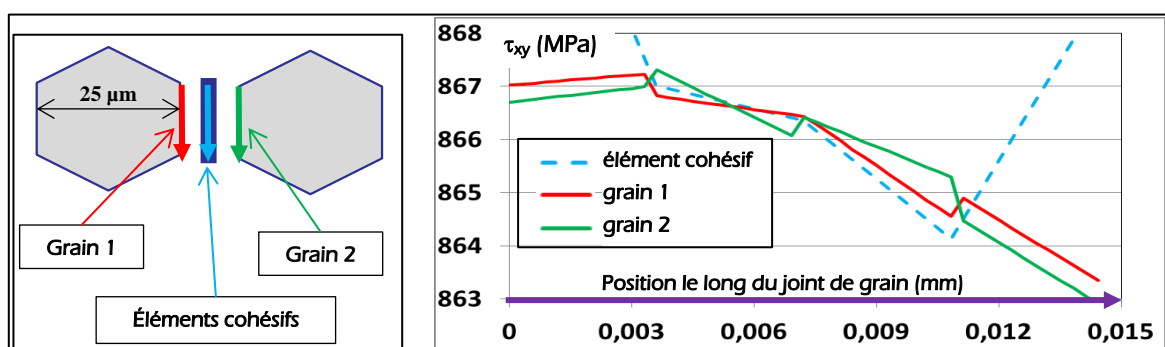


Figure 46 : Évolution du cisaillement intergranulaire le long du joint de grain

Le critère d'endommagement  $\Delta\tau$  est déterminé à partir du **cisaillement intergranulaire évalué dans l'élément cohésif**. C'est donc ce cisaillement qui doit servir de base pour l'analyse de l'influence des raideurs cohésives.

Pour mettre en évidence l'influence des raideurs cohésives sur le cisaillement intergranulaire, ce cisaillement doit être comparé à celui obtenu avec un modèle sans éléments cohésifs, c'est-à-dire avec une liaison parfaite entre les deux grains. La répartition de ce cisaillement pour 2 tailles de maillage (4 et 8 éléments le long de chaque joint de grain) est donnée sur la Figure 47. La valeur évaluée à partir de chacun des deux grains étant différente, la moyenne de ces deux valeurs est utilisée comme référence. Afin d'obtenir une

meilleure précision sur la répartition le long du joint de grain, un maillage correspondant à huit éléments le long de chaque joint est utilisé dans ce paragraphe.

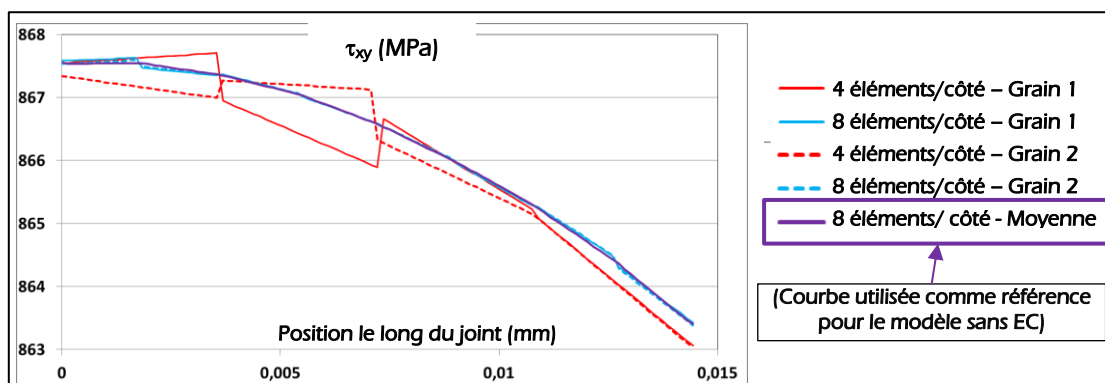


Figure 47 : Cisaillement intergranulaire le long du joint de grain (modèle sans élément cohésif)

#### 2.1.4.2. Résultats

L'analyse de l'influence des raideurs cohésives sur le cisaillement intergranulaire se décompose en deux étapes. La première consiste à vérifier les résultats précédents, c'est-à-dire que des valeurs de raideurs ( $K_n$  et  $K_t$ ) égales à  $10^{10}$  MPa/mm sont suffisantes pour ne pas modifier significativement le comportement du modèle. La seconde étape consiste à déterminer l'influence de la raideur tangentielle  $K_t$  sur le cisaillement intergranulaire. Durant cette seconde étape, la raideur normale  $K_n$  est maintenue constante ; en effet, l'endommagement sera appliqué uniquement sur la raideur tangentielle, la raideur normale restant inchangée.

##### 2.1.4.2.1. Étape 1 : influence des raideurs cohésives ( $K_t = K_n$ )

L'influence des raideurs cohésives sur l'évolution du cisaillement intergranulaire le long d'un joint de grain est illustrée sur la Figure 48. Les courbes représentées sur cette figure confirment le fait que l'introduction d'éléments cohésifs caractérisés par des raideurs de l'ordre de  $10^{10}$  MPa/mm ne modifie pas significativement la valeur du cisaillement intergranulaire transmis aux joints de grain, excepté aux extrémités du joint de grain. Ce phénomène sera récurrent et sera analysé par la suite.

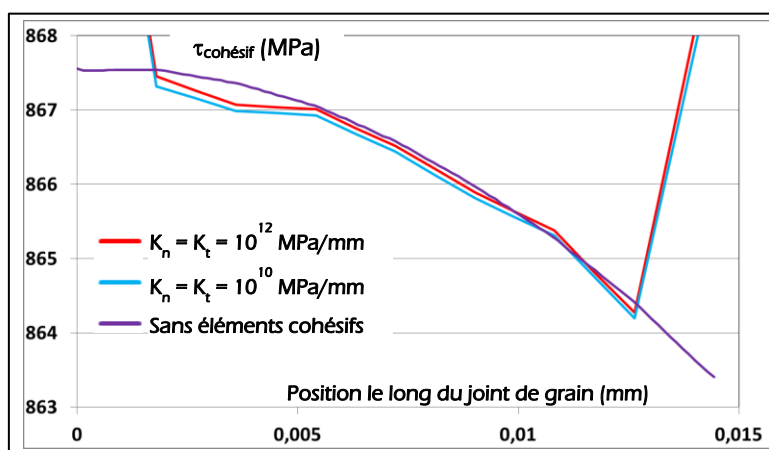


Figure 48 : Influence des raideurs cohésives ( $K_n = K_t$ )

##### 2.1.4.2.2. Étape 2 : influence de la raideur $K_t$ avec $K_n$ fixe ( $K_n = 10^{10}$ MPa/mm)

Les résultats obtenus sont présentés sur la Figure 49. La Figure 49a représente l'évolution du cisaillement dans l'élément cohésif pour différentes valeurs de  $K_t$ . La Figure 49b représente quant à elle, l'évolution du rapport entre le cisaillement avec éléments cohésifs et le cisaillement sans éléments cohésifs en fonction de la raideur tangentielle  $K_t$ ; ces valeurs

sont prises au centre du joint de grain. Ce rapport obtenu avec le modèle éléments finis est comparé avec celui obtenu dans le cas du modèle simplifié du paragraphe 2.1.2 (eq. 25).

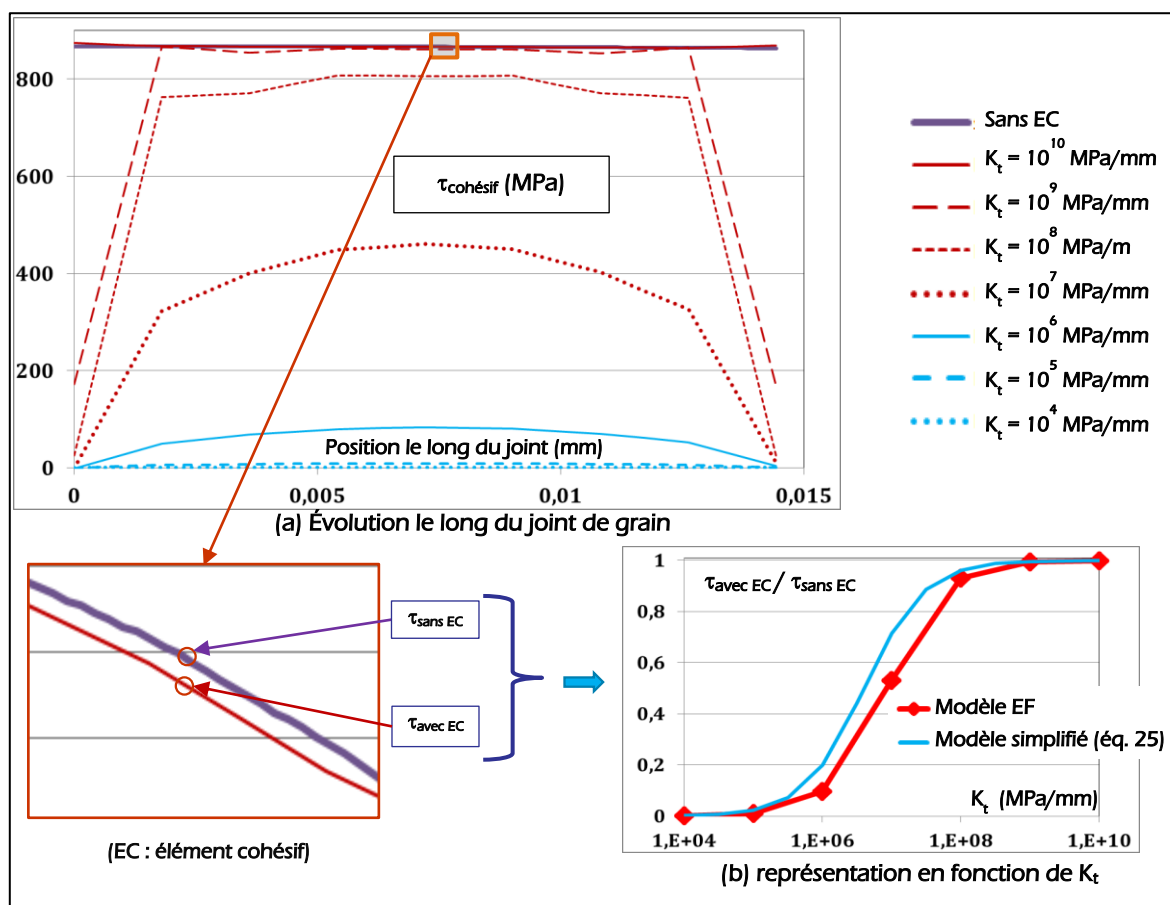


Figure 49 : Influence de la raideur tangentielle sur le cisaillement intergranulaire

Les courbes de la Figure 49b confirment que le système utilisé pour l'approche analytique simplifié est bien représentatif du comportement du modèle RCF. La formulation permettant de déterminer l'influence de la raideur cohésive sur le cisaillement intergranulaire (eq. 25), déduite du modèle simplifié pourra donc être utilisée pour le modèle RCF.

Concernant l'évolution de ce cisaillement le long du joint de grain, un comportement « non réaliste » (diminution brutale de la valeur) est de nouveau observé aux 2 extrémités du joint de grain.

### 2.1.5. Conclusions

- Les différentes analyses effectuées dans cette partie (approche analytique, globale et locale) permettent de définir les raideurs à utiliser pour les éléments cohésifs (Table 6) :

	Raideur normale $K_n$	Raideur tangentielle $K_t$
Élément non endommagé	$10^{10}$ MPa/mm	$K_{t0} = 10^{10}$ MPa/mm
Élément totalement endommagé	$10^{10}$ MPa/mm	$K_{tf} = 10^4$ MPa/mm

Table 6 : Raideurs normales et tangentielles des éléments cohésifs

On rappelle que l'endommagement n'est appliqué que sur la raideur tangentielle des éléments cohésifs. La pression de contact étant négative (compression), on considère que l'endommagement ne modifie pas le comportement normal du joint de grain (Chapitre II.1.2.2.2 page 58).

La relation entre l'endommagement et la raideur tangentielle définie précédemment (eq. 16) est légèrement modifiée pour faire correspondre à l'endommagement maximal ( $D=1$ ) une raideur tangentielle non nulle. La relation finalement implantée dans le modèle RCF est donnée ci-après (eq. 26).

$$K_t = K_{t_0} \times (1 - D) + D \times K_{t_f} \quad \text{eq. 26}$$

Ces valeurs sont valables pour des grains de taille 25  $\mu\text{m}$  constitués d'un matériau de module d'Young  $E = 200 \text{ GPa}$ . En fait c'est la valeur du rapport  $K_{\text{cohésif}}/K_{\text{solide}}$  qui est indépendante du modèle (taille et module d'Young).

- L'approche analytique simplifiée a permis d'obtenir une formulation permettant de quantifier l'influence de la raideur cohésive sur le cisaillement intergranulaire (eq. 25) ; cette formulation peut être appliquée au modèle RCF avec une assez bonne représentativité.
- Des problèmes numériques semblent apparaître aux extrémités du joint de grain. Le paragraphe suivant est consacré à l'analyse de ces problèmes numériques.



## 2.2. Analyse des singularités numériques aux jonctions triples

Le paragraphe précédent a montré qu'en attribuant des valeurs suffisamment grandes aux raideurs, l'introduction d'éléments cohésifs ne modifiait pas significativement la valeur du cisaillement transmis au niveau du joint de grain, excepté aux 2 extrémités de ce joint de grain. Ce paragraphe est consacré à l'étude de ce phénomène. Il se décompose en 3 sous sections définies ci-dessous :

- mise en évidence des singularités numériques sur le modèle éléments finis de base,
- interprétation du phénomène sur un modèle simplifié,
- synthèse et choix de paramètres permettant de minimiser l'effet des singularités numériques.

### 2.2.1. Mise en évidence sur le modèle RCF

Le même modèle et la même méthode d'analyse que ceux du paragraphe 2.1.4 sont utilisés dans ce paragraphe. Des simulations sont réalisées en faisant varier les raideurs des éléments cohésifs et les points de détection du contact : points de Gauss ou nœuds (tous les résultats présentés précédemment ont été obtenus avec une méthode de détection aux nœuds). Les courbes représentant l'évolution du cisaillement intergranulaire le long du joint de grain sont données sur la Figure 50.

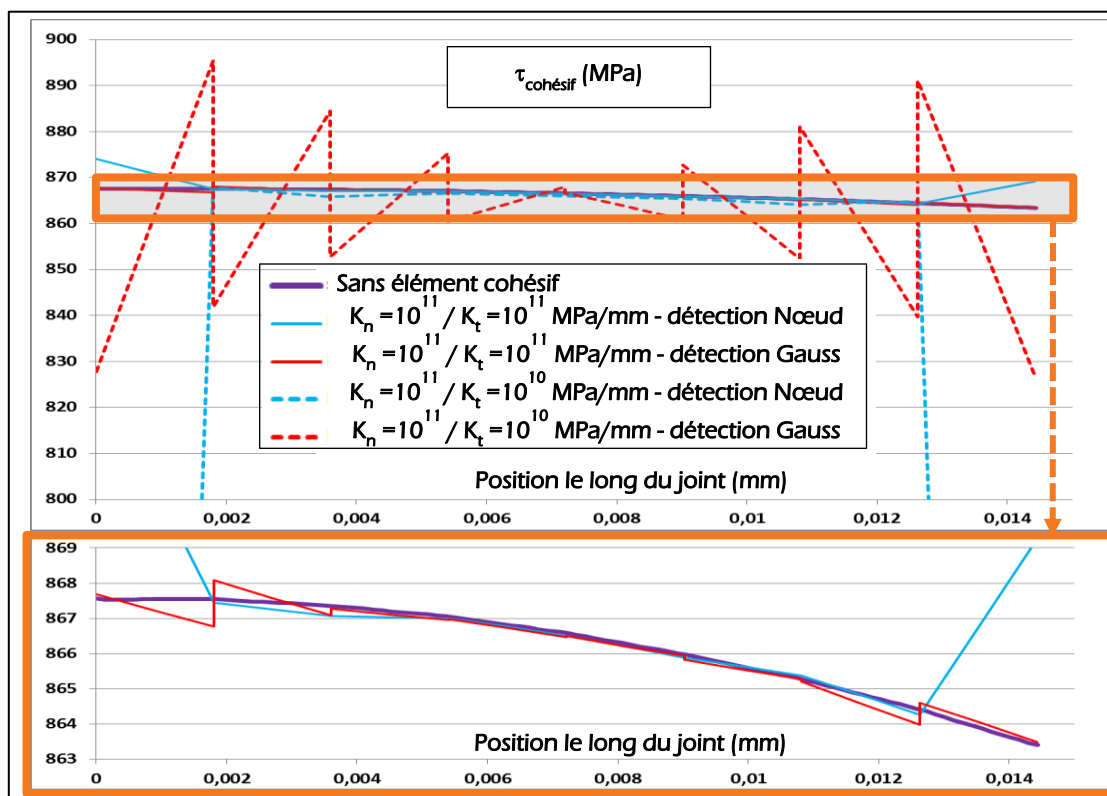


Figure 50 : Influence des raideurs cohésives et de la méthode de détection

L'analyse des courbes représentées sur la Figure 50 permet de mettre en évidence l'influence de deux paramètres numériques.

- Influence de la méthode de détection : dans le cas d'une détection aux points de Gauss, de « fortes » discontinuités apparaissent dans l'évolution du cisaillement cohésif le long du joint de grain, alors que dans le cas d'une détection aux nœuds, l'évolution est continue, mais la valeur varie « brusquement » aux extrémités du joint de grain. Pour une détection aux points de Gauss, les discontinuités sont d'autant plus importantes, que l'on se rapproche des extrémités du joint de grain.
- Influence du rapport raideur tangentielle - raideur normale : le phénomène de discontinuité (détection aux points de Gauss) ou de valeur erronée aux extrémités

(détection aux nœuds) est très fortement réduit lorsque les deux raideurs ont la même valeur.

Ces points confirment l'existence d'une singularité numérique au niveau des extrémités des joints de grain. Les effets de cette singularité sont amplifiés si les deux raideurs, tangentielle et normale sont différentes.

## 2.2.2. Analyse sur un modèle éléments finis simplifié

### 2.2.2.1. Description des modèles

Afin d'analyser l'origine des singularités numériques apparues aux extrémités des joints de grain, deux modèles éléments finis simplifiés avec un état de contrainte uniforme sont développés. Ces deux modèles 2D (contraintes planes) sont les suivants :

- un modèle constitué de 16 cellules (grains) de forme carrée, séparées par des éléments cohésifs (Figure 51a),
- un modèle dont la partie centrale est constituée de cellules (grains) de forme hexagonale (Figure 51b). Ces cellules sont également séparées par des éléments cohésifs.

Pour être suffisamment représentatif de l'état de contrainte d'un solide soumis à une pression de Hertz, ces deux structures sont soumises à une pression normale  $P$  et une pression tangentielle  $P$  sur les faces extérieures. Les mouvements de corps rigides sont supprimés, en bloquant 3 degrés de liberté. La pression  $P$  a pour valeur 1 000 MPa. La solution « exacte » de ce problème est un tenseur des contraintes uniforme :

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} -P & P \\ P & -P \end{bmatrix}$$

Les raideurs cohésives sont les suivantes :  $K_n = 10^{11}$  MPa/mm et  $K_t = 10^{10}$  MPa/mm. Les valeurs des raideurs tangentielle et normale ont été choisies différentes afin d'amplifier le phénomène (cf. résultats du paragraphe 2.2.1).

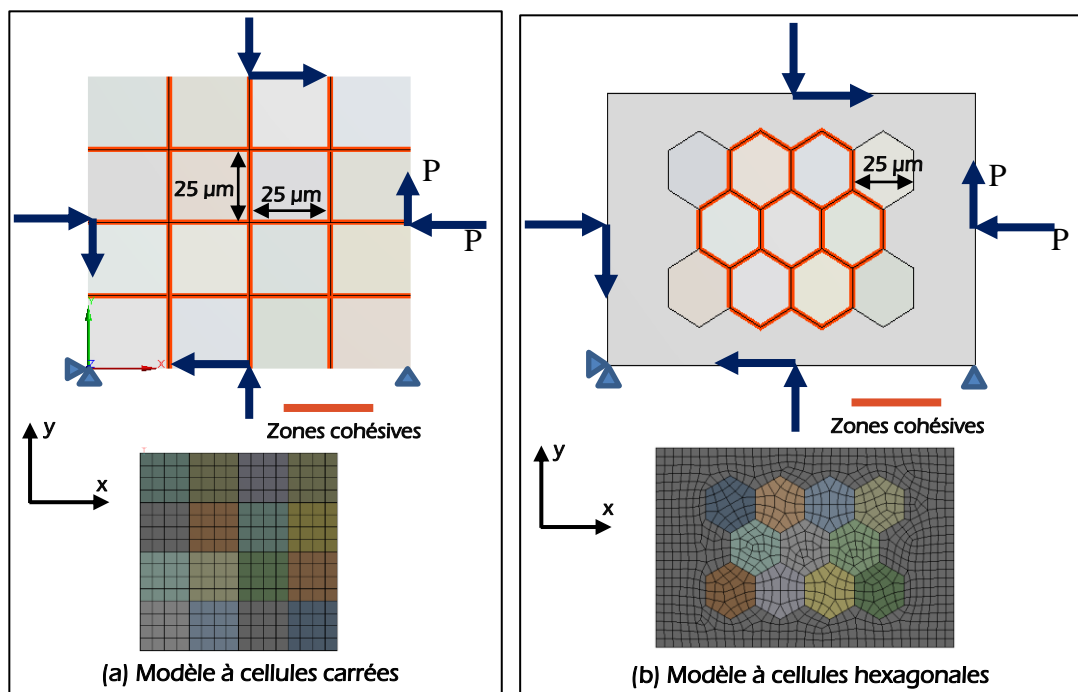


Figure 51 : Modèles simplifiés à champ de contrainte homogène

### 2.2.2.2. Résultats

Des simulations ont été effectuées en faisant varier la méthode de détection (nœud ou point de Gauss) et la taille du maillage. La taille du maillage est contrôlée par le nombre d'éléments le long de chaque joint de grain.

L'état de contrainte théorique étant uniforme, la valeur du cisaillement intergranulaire, lorsque les joints de grain sont parallèles à l'axe x ou l'axe y, devrait être égale à la pression tangentielle appliquée :  $P$ . L'évolution du cisaillement intergranulaire est tracé le long d'une trajectoire correspondant à 4 joints de grain pour le modèle à grain de forme carrée (Figure 52), et correspondant à 1 joint de grain pour le modèle à grain de forme hexagonale (Figure 53).

Dans le cas du modèle à grains de forme carrée, le cisaillement transmis par les éléments cohésifs est effectivement égal à  $P$  à moins de 0,02% près (Figure 52). Ce résultat ne dépend ni de la méthode de détection, ni de la taille du maillage.

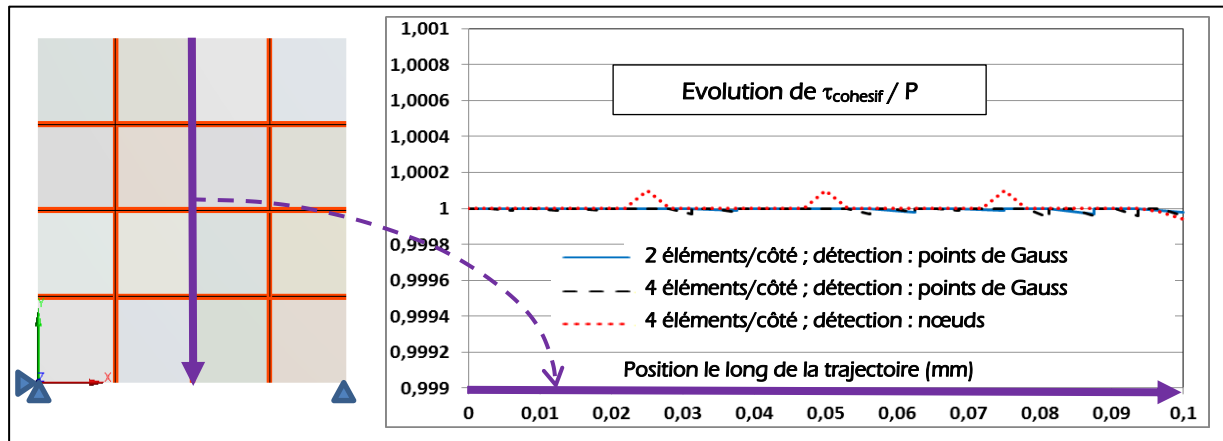


Figure 52 : cisaillement intergranulaire le long des grains de forme carrée

Dans le cas du modèle à grains de forme hexagonale, le comportement des éléments cohésifs (Figure 53) est identique à celui observé précédemment sur le modèle RCF (Figure 50) :

- la valeur du cisaillement intergranulaire diminue fortement aux extrémités dans le cas d'une détection aux nœuds,
- de fortes discontinuités apparaissent dans le cas d'une détection aux points de Gauss.

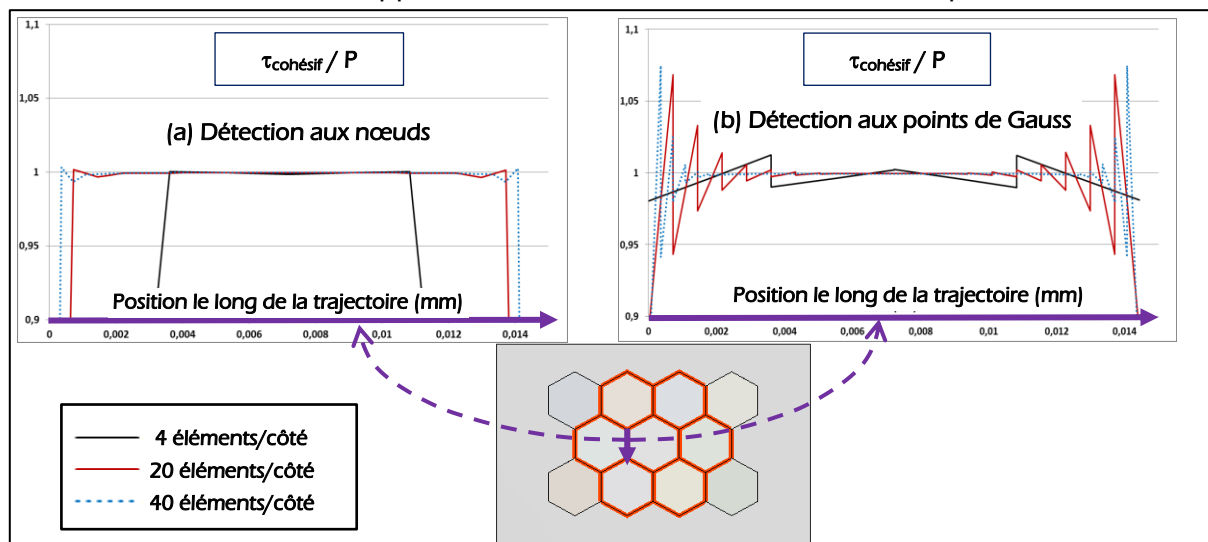


Figure 53 : Cisaillement intergranulaire le long des grains de forme hexagonale

Ces différents résultats montrent que :

- la singularité numérique est bien localisée au niveau des extrémités des joints de grain ; les discontinuités qui étaient présentes sur toute la longueur du joint pour un maillage « grossier » se concentrent aux extrémités dans le cas d'un maillage « fin » (Figure 53b).
- Cette singularité numérique est directement liée à la forme des grains : elle n'apparaît que pour le modèle à grains de forme hexagonale.

### 2.2.2.3. Analyse

Une analyse des différents déplacements aux jonctions entre plusieurs grains permet d'expliquer l'origine des singularités. Dans le cas de cellules hexagonales, la méthode de gestion du contact entraîne un problème d'incompatibilités de déplacement aux jonctions entre 3 grains (jonctions triples). La Figure 54 permet d'illustrer ce phénomène. Pour cet exemple, on considère que la raideur tangentielle  $K_t$  est plus faible que la raideur normale  $K_n$ .

#### 2.2.2.3.1. Modèle à cellules carrées

Dans le cas de charge considéré, la contrainte normale et la contrainte tangentielle transmises au niveau des interfaces (joint de grain) sont égales et ont pour valeur la pression  $P$  appliquée (tous les joints de grain sont parallèles à l'axe  $x$  ou  $y$ ). La raideur tangentielle  $K_t$  étant plus faible que la raideur normale  $K_n$ , le glissement  $u_t$  est donc plus grand que la pénétration  $u_n$ .

En imposant un déplacement relatif tangentiel supérieur au déplacement relatif normal entre chaque cellule, au niveau de la jonction quadruple, les déplacements entre les cellules diagonalement opposées se caractérisent (Figure 54a) :

- soit par une pénétration importante (cellules verte et rouge),
- soit au contraire par un espace (« gap ») important (cellules bleue et violette).

Les cellules diagonalement opposées n'étant pas liées par des éléments cohésifs, ces déplacements (pénétration ou gap) sont tout à fait compatibles.

#### 2.2.2.3.2. Modèle à cellules hexagonales

En appliquant le même raisonnement que pour le modèle à cellules carrées, on obtient de nouveau une pénétration très importante entre les cellules verte et rouge (Figure 54b). Cependant la présence d'éléments cohésifs entre ces 2 cellules rend incompatible cette pénétration. Localement, au niveau des jonctions triples, il est donc impossible de vérifier les équations de la loi cohésive sans modification des efforts cohésifs transmis.

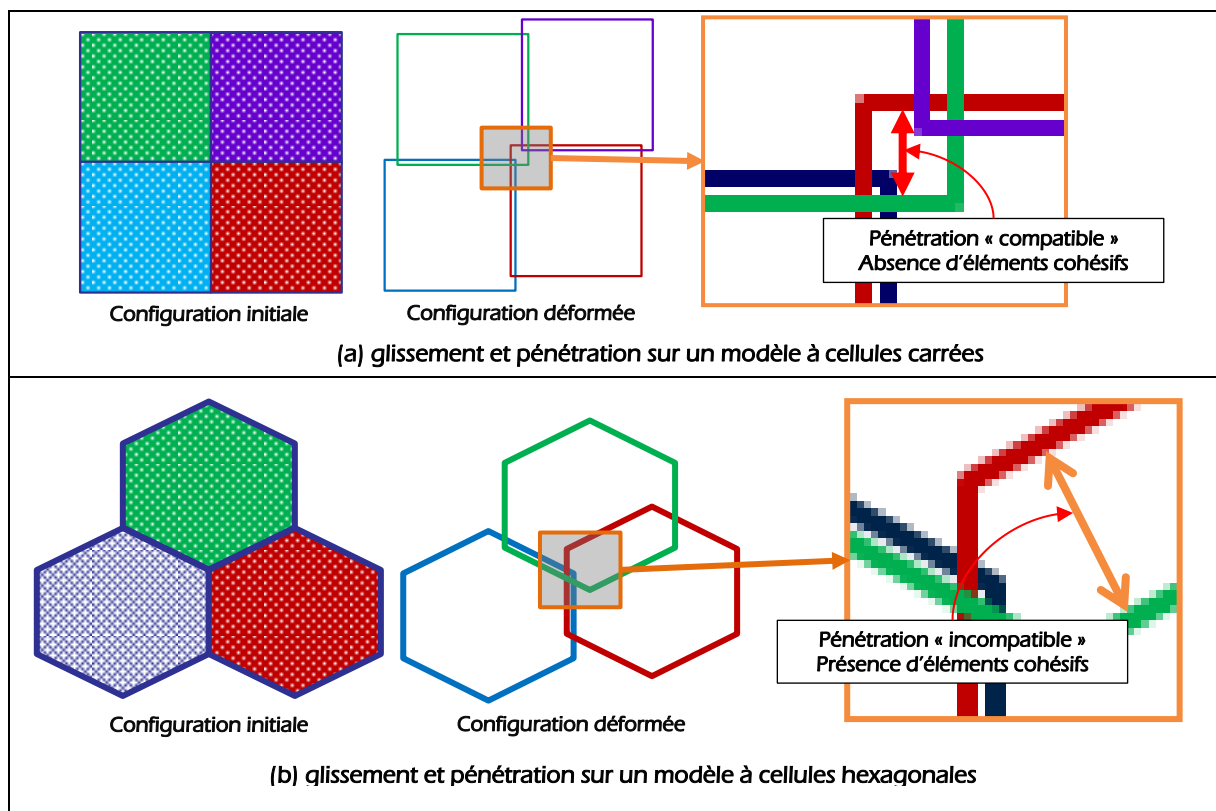


Figure 54 : Illustration du phénomène d'incompatibilité aux jonctions triples

#### 2.2.2.4. Influence des raideurs des éléments cohésifs

L'évolution du cisaillement transmis le long du joint de grain pour différentes valeurs du rapport raideur tangentielle – raideur normale est donnée sur la Figure 55. Le maillage utilisé correspond à 20 éléments par joint de grain.

On peut observer que la singularité est supprimée en prenant une raideur normale égale à la raideur tangentielle ; dans ce cas particulier (géométrie et cas de charge) les déplacements deviennent alors compatibles aux jonctions triples.

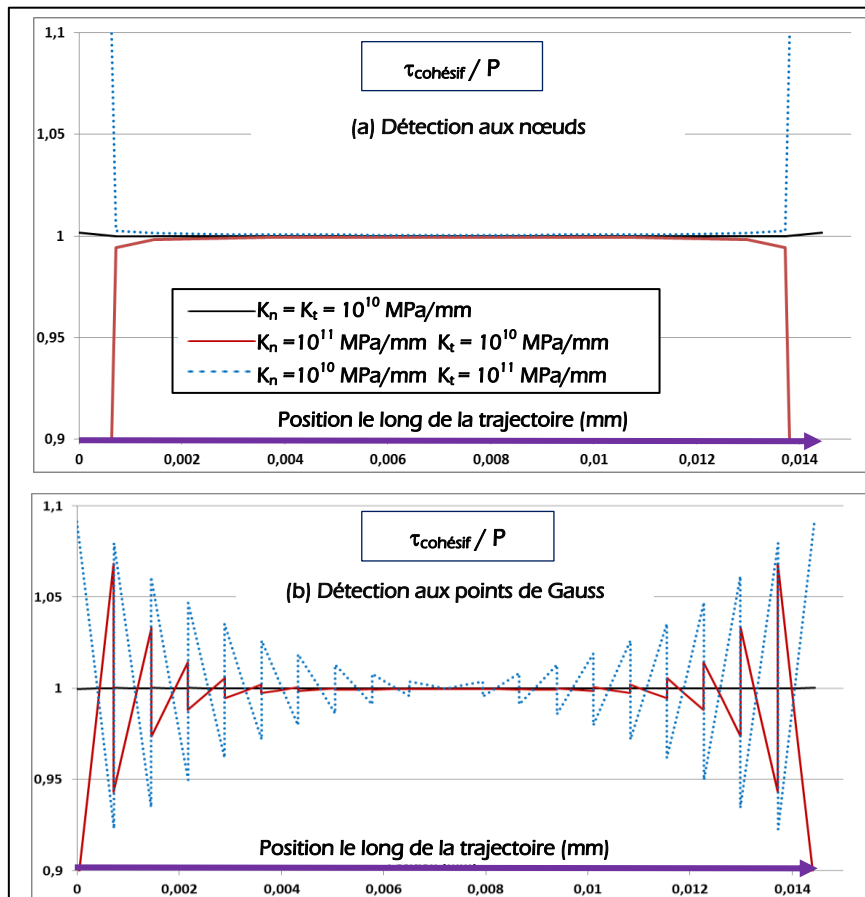


Figure 55 : Influence du rapport de raideurs cohésives sur la répartition du cisaillement intergranulaire

### 2.2.3. Conclusion : Choix d'un modèle

#### 2.2.3.1. Synthèse

L'introduction d'éléments cohésifs aux joints de grain engendre l'apparition de singularités numériques aux jonctions triples. Ce phénomène a été mis en évidence par l'analyse de l'évolution du cisaillement intergranulaire le long d'un joint de grain.

L'utilisation de modèles éléments finis simplifiés a permis de lier cette singularité à un problème d'incompatibilité des déplacements au niveau de ces jonctions triples.

L'utilisation d'éléments cohésifs avec des raideurs normale et tangentielle égales permet de supprimer cette incompatibilité dans le cas de ce modèle simplifié (géométrie à grains de forme hexagonale et cas de charge correspondant à un effort cohésif normal égal à l'effort cohésif tangentiel (Figure 56a)). Cependant, cette solution ne peut être utilisée pour la suite de ce travail. Premièrement, la modélisation de l'endommagement du joint de grain s'effectue au moyen d'une modification de la raideur tangentielle : il est donc impossible de garder  $K_t = K_n$  après endommagement. De plus cette solution n'assure la compatibilité des déplacements uniquement dans le cas de grains de forme parfaitement hexagonale et pour le cas de charge étudié :  $[\sigma] = \begin{bmatrix} -P & P \\ P & -P \end{bmatrix}$ . La compatibilité n'est plus assurée pour un cas de charge différent ou pour des grains de forme différente. Ce résultat est illustré sur la Figure

56. En conservant des grains de forme hexagonale mais avec un cas de charge différent, des singularités apparaissent aux jonctions triples (Figure 56b) ; ces singularités sont amplifiées dans le cas de grains de forme quelconque (Figure 56c).

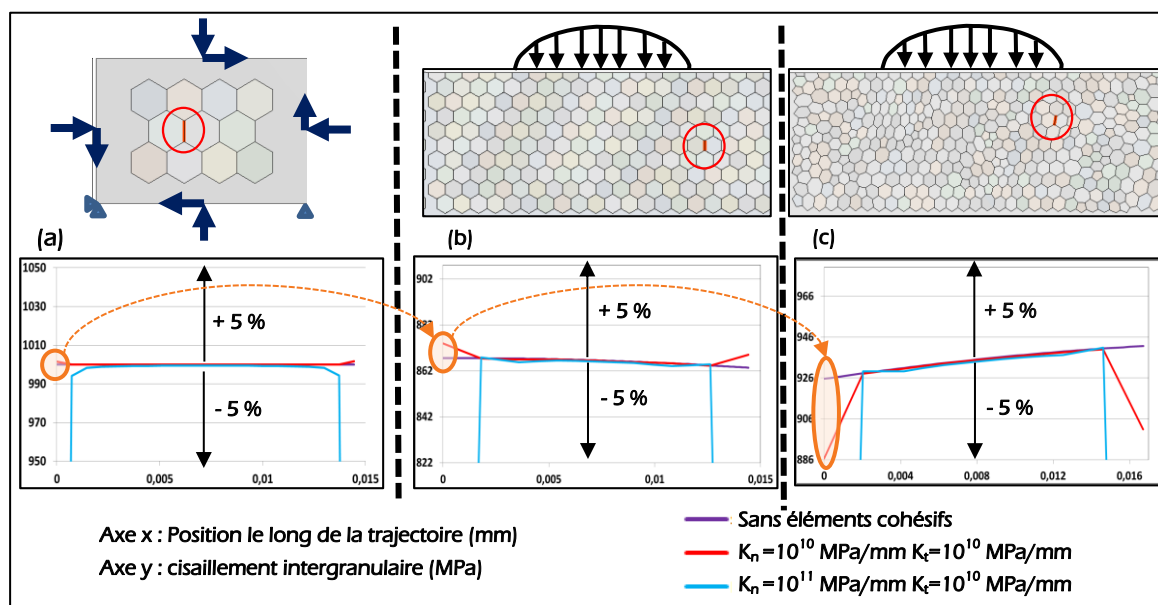


Figure 56 : Influence du cas de charge et de la géométrie sur la répartition du cisaillement intergranulaire

### 2.2.3.2. Influence du maillage et de la méthode de détection

Les singularités ne pouvant être supprimées avec le modèle actuel, plusieurs solutions alternatives (suppression d'un élément cohésif aux jonctions triples, ou modélisation physique des joints de grain) ont été testées (annexe B page 138). Cependant aucune des solutions étudiées n'a permis de supprimer les singularités aux jonctions triples, et le modèle actuel est conservé pour la suite de l'étude.

On cherche alors à définir des paramètres numériques (taille de maillage et méthode de détection du contact) permettant de minimiser l'effet de ces singularités. Le modèle utilisé est le modèle RCF initial, avec grains de forme quelconque et non de forme hexagonale. Pour cela, on considère que parmi tous les joints de grain, **un seul est partiellement endommagé**. Les valeurs des raideurs des éléments cohésifs sont donc les suivantes :

- Raideur normale :  $K_n = 10^{10}$  MPa/mm pour tous les joints de grain.
- Raideur tangentielle :  $K_t = 10^7$  MPa/mm pour le joint partiellement endommagé (Figure 57) et  $K_t = 10^{10}$  MPa/mm pour tous les autres joints.

On s'intéresse à l'influence des paramètres numériques sur la répartition du cisaillement intergranulaire le long du joint de grain endommagé et sur la valeur moyenne de ce cisaillement : c'est cette valeur moyenne qui est utilisée pour l'évaluation du critère d'endommagement  $\Delta\tau$ . Les résultats sont regroupés sur la Figure 57.

La diminution de la taille du maillage permet de diminuer l'effet de la singularité (Figure 57a et Figure 57b). Cependant, en utilisant la méthode de détection aux nœuds, la valeur du cisaillement intergranulaire tend vers zéro aux extrémités du joint de grain quelle que soit la taille du maillage. La méthode de détection aux points de Gauss semble donc être à privilégier, même si localement aux jonctions triples (extrémités du joint de grain), elle ne permet pas de supprimer la dépendance au maillage du cisaillement intergranulaire.

L'approche proposée dans cette étude consiste à modéliser un endommagement progressif du joint de grain. Chaque joint de grain est considéré comme une seule entité. L'endommagement est alors calculé à partir de la valeur moyenne du cisaillement intergranulaire le long du joint de grain et non à partir de sa valeur locale. L'influence du maillage et de la méthode de détection sur cette valeur moyenne est illustrée sur la Figure



57c. Cette valeur moyenne devient indépendante du maillage en augmentant le nombre d'éléments le long de chaque joint de grain.

Pour la suite de cette étude, on utilisera une méthode de détection aux **points de Gauss** et un maillage à **4 éléments** par joint de grain.

Cette configuration permet d'obtenir une précision « correcte » pour cette phase de l'étude, sans alourdir la taille du modèle. L'influence de la taille du maillage sur les résultats en termes de localisation des micro-fissures et de durée de vie sera de nouveau étudiée par la suite.

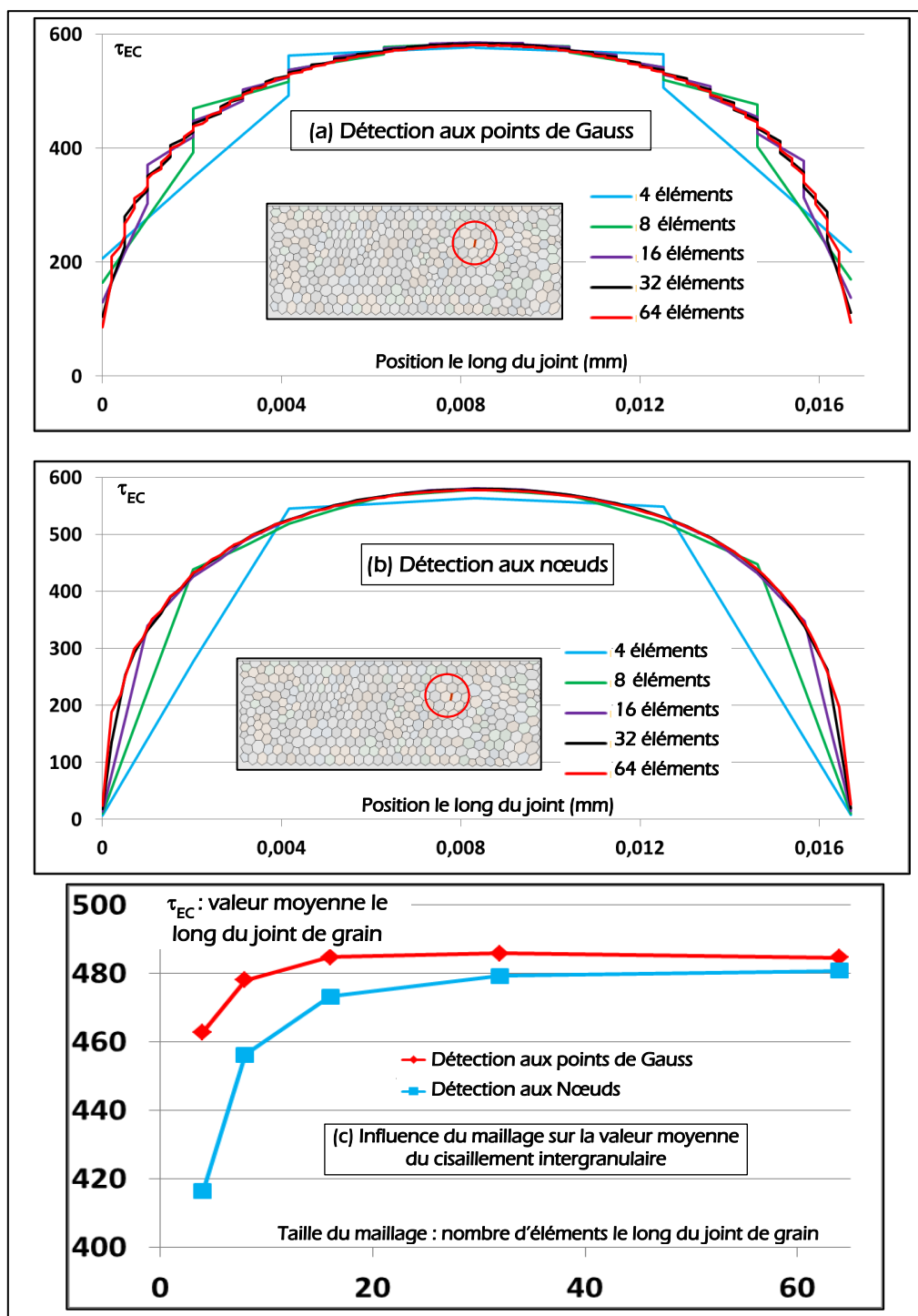


Figure 57 : Influence du maillage et de la méthode de détection sur la répartition du cisaillement intergranulaire



### 2.2.3.3. Remarques générales sur le comportement aux jonctions triples

L'introduction d'éléments cohésifs le long des joints de grain engendre l'apparition d'une singularité numérique aux jonctions triples. L'effet de cette singularité est d'autant plus important que la différence entre la raideur normale et la raideur tangentielle de ces éléments cohésifs est grande. Cependant, la présence d'éléments cohésifs n'est pas la seule source possible de singularités aux jonctions triples. En effet, la prise en compte de l'anisotropie des grains associée à des orientations différentes pour chaque grain engendre également une singularité numérique aux jonctions triples (Chapitre III.1.3.2 page 103).

Dans les deux cas, cette singularité numérique est liée à une incompatibilité des déplacements aux jonctions triples. Contrairement à l'incompatibilité liée à la présence des éléments cohésifs qui est purement numérique, l'incompatibilité liée à l'anisotropie des grains correspond à un phénomène physique. En effet, chacun des grains autour d'une jonction triple ayant une orientation différente, va subir des déformations élastiques et surtout plastiques différentes conduisant à une incompatibilité de déplacement autour de cette jonction triple (création de vides ou de recouvrements). De nouvelles déformations locales autour de la jonction triple sont alors nécessaires pour restaurer la cohésion de la matière ([89] chapitre 3 paragraphe 3.2). Cette incompatibilité se traduit par exemple par une différence de comportement proche des jonctions triples lors de tests de micro-indentation : une augmentation de la dureté proche de ces jonctions triples a été mise en évidence par Kobayashi [90].

## 2.3. Résultats – initiation de micro-fissures

### 2.3.1. Synthèse des principales caractéristiques du modèle utilisé

Le modèle utilisé dans cette partie correspond à celui décrit sur la Figure 58. Les principales caractéristiques de ce modèle sont données dans la Table 7.

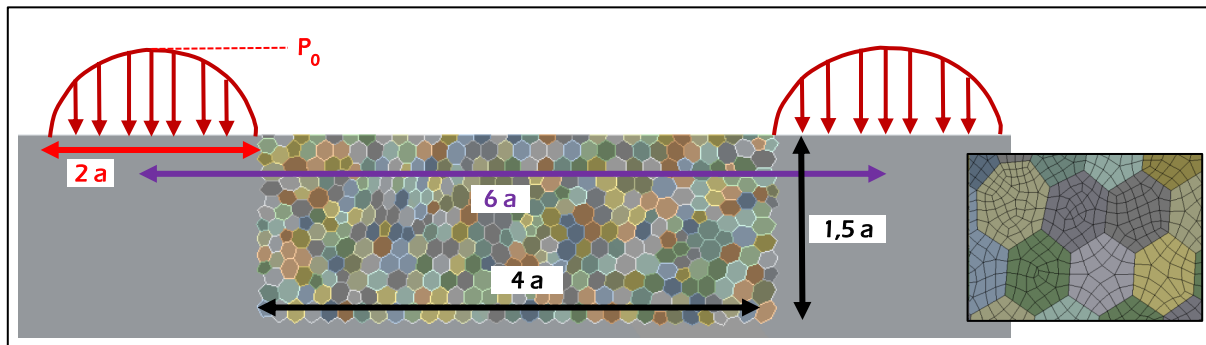


Figure 58 : Synthèse des paramètres du modèle de base

Pression de Hertz	$P_0 = 3\,500\text{ MPa}$	$a = 200\text{ }\mu\text{m}$
Taille de la zone granulaire	$4a \times 1,5a\text{ (}800\mu\text{m} \times 300\mu\text{m)}$	
Taille des grains	$25\text{ }\mu\text{m}$	
Maillage	4 éléments par joint de grain	
Passage de charge	$L_{HP} = 6a = 1\,200\text{ }\mu\text{m}$	$N_{sub} = 48$
Méthode « Jump in cycle »	$\Delta D = 0,1$	

Table 7 : Caractéristiques générales du modèle de base

L'étude de l'influence des paramètres numériques (taille du maillage, discrétisation spatiale de la simulation du passage de charge  $N_{sub}$ , et incrément d'endommagement maximum  $\Delta D$ ) sur la durée de vie est illustrée en annexe (C page 143). Ces paramètres n'ont pas d'influence significative sur la localisation des premières micro-fissures.

Les résultats obtenus montrent que les valeurs choisies pour les deux premiers paramètres permettent d'obtenir une estimation suffisamment précise de la durée de vie. La valeur utilisée pour le paramètre  $\Delta D$  ( $\Delta D = 0,1$ ) n'est quant à elle pas suffisante pour obtenir une estimation « correcte » de la durée de vie et conduit à une surestimation de cette durée de vie. Cette valeur  $\Delta D = 0,1$  est malgré tout conservée dans un premier temps pour ne pas trop allonger les temps de calcul. L'influence de ce paramètre  $\Delta D$  sur la durée de vie est analysée plus précisément sur une deuxième version du modèle RCF (Chapitre III.2.2.3 page 115).

### 2.3.2. Localisation des premiers micro-fissures et durée de vie

Lorsque l'endommagement associé à un joint de grain atteint la valeur 1, ce joint ne transmet plus de cisaillement et est donc considéré comme une micro-fissure. Ces micro-fissures sont représentées en rouge sur la Figure 59. Cette figure représente la distribution des micro-fissures à différents stades de la simulation ; pour chaque distribution sont indiqués, le nombre de cycles réels et le nombre de simulations éléments finis (FEA) correspondant.

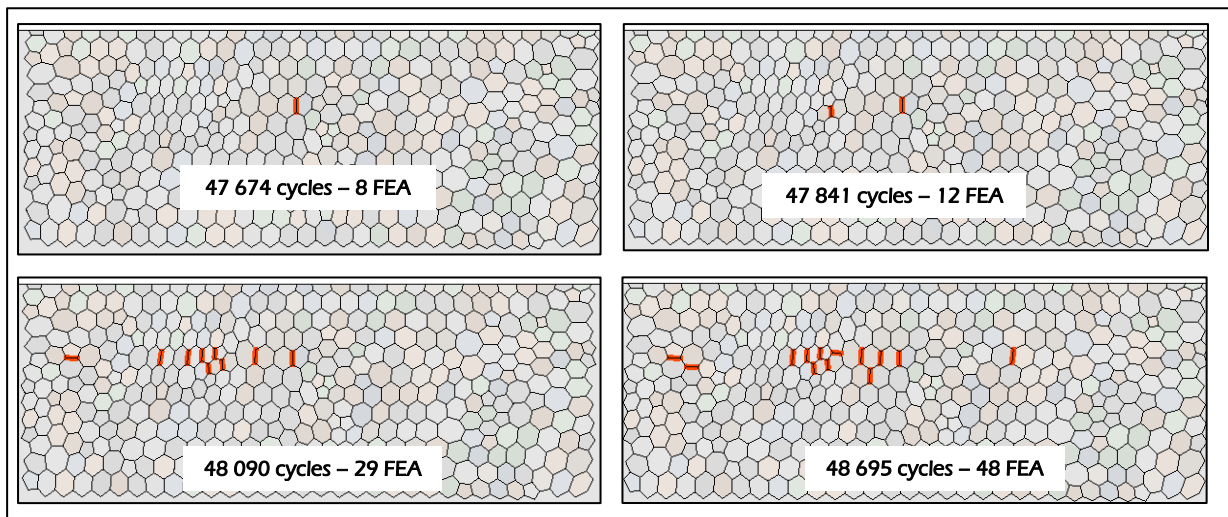


Figure 59 : Répartition des premières micro-fissures

Les résultats représentés sur la Figure 59 montrent que toutes les micro-fissures sont localisées à la même profondeur, et qu'il n'y a pas de coalescence entre les différents micro-fissures ; il est donc difficile de définir la notion de fissures mésoscopiques à ce stade de développement du modèle. On peut également remarquer que le nombre de cycles augmente très peu entre l'apparition de la première micro-fissure et les suivantes (Figure 60). Une analyse approfondie de ces résultats est donnée par la suite (Chapitre III.2.2.4 page 115).

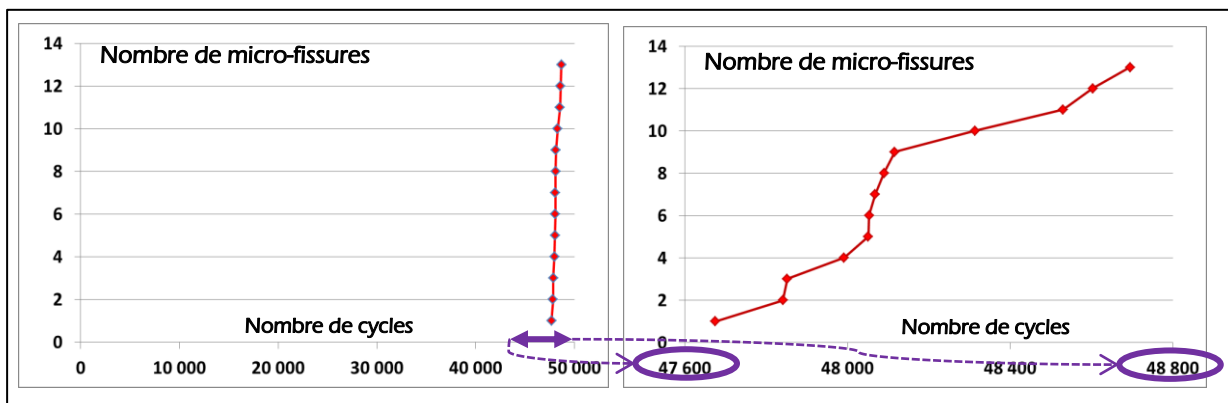


Figure 60 : Durée de vie : évolution du nombre de micro-fissures en fonction du nombre de cycles

### 2.3.3. Analyse de l'état de contrainte

Les différents micro-fissures (Figure 59) correspondent à des joints de grain localisés à la même profondeur et orientés parallèlement à l'axe x (horizontal) ou l'axe y (vertical). Cette profondeur correspond à celle de la localisation de la valeur maximum du cisaillement orthogonal  $\tau_{xy}$  (Figure 61).

La théorie de Hertz permet d'exprimer cette valeur maximum du cisaillement orthogonal  $\tau_{xy}$  et sa position en fonction de la pression maximum  $P_0$  et de la demi-largeur de contact  $a$  (eq. 27). Pour une pression de Hertz correspondant à celle utilisée dans le modèle RCF ( $P_0 = 3\,500$  MPa et  $a = 200$   $\mu\text{m}$ ), les valeurs obtenues par la théorie de Hertz donne un cisaillement orthogonal maximum égal à 875 MPa situé à une profondeur de 100  $\mu\text{m}$ .

$$\max(\tau_{xy}) = 0,25 \times P_0 \quad \text{situé à :} \quad 0,5 \times a \quad \text{eq. 27}$$

Lors de la première simulation du passage de la charge (FEA 1), les joints de grain ne sont pas endommagés ; les résultats obtenus avec le modèle RCF sont bien en accord avec ceux donnés par la théorie de Hertz (Figure 61a). Lors des simulations suivantes, les joints de grain étant endommagés, les résultats du modèle RCF ne peuvent plus être comparés à ceux de la théorie de Hertz.

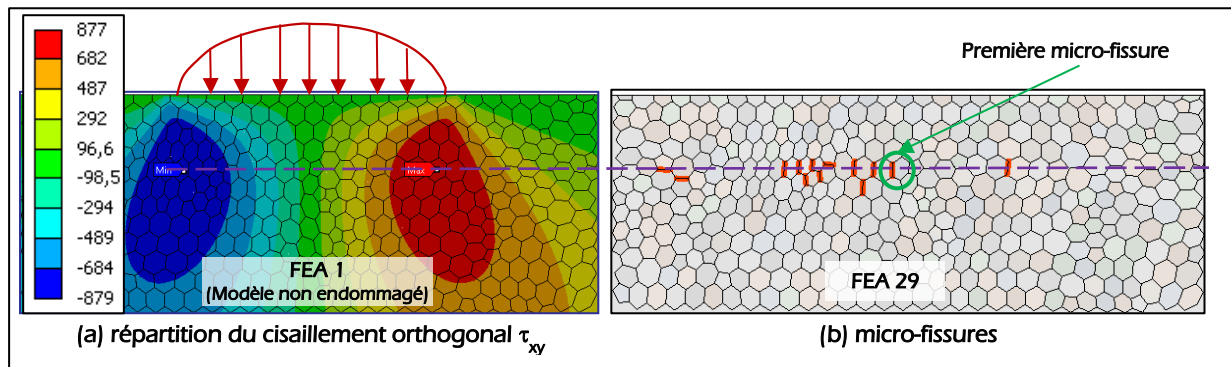


Figure 61 : Localisation des premiers micro-fissures au niveau du cisaillement orthogonal maximum

Afin de justifier la localisation de premières micro-fissures, on compare l'évolution du cisaillement orthogonal  $\tau_{xy}$  et celle du cisaillement maximum  $\tau_{\max}$  au cours de la première simulation (FEA 1). Deux points sont analysés : un point A situé à la profondeur du  $\tau_{xy}$  maximum (Figure 62a), et un point B situé à la profondeur du  $\tau_{\max}$  maximum (Figure 62b).

La direction du cisaillement maximum au point B n'est pas constante, donc le tracé de l'évolution de cette composante au cours de la première simulation n'a aucune signification physique. Le cisaillement maximum au point B est maximum lorsque la pression de Hertz est centrée au-dessus de ce point B (Figure 62b) ; ce cisaillement maximum est alors orienté à 45°. La Figure 62c représente la distribution de la composante  $\tau_{xy}$  dans un repère orienté à 45°. Le minimum de cette composante (-1070 MPa) est bien égal en valeur absolue au maximum du cisaillement maximum. Pour caractériser les effets du cisaillement maximum, on tracera donc l'évolution de la composante  $\tau_{xy}$  dans un repère orienté à 45° (Figure 62d).

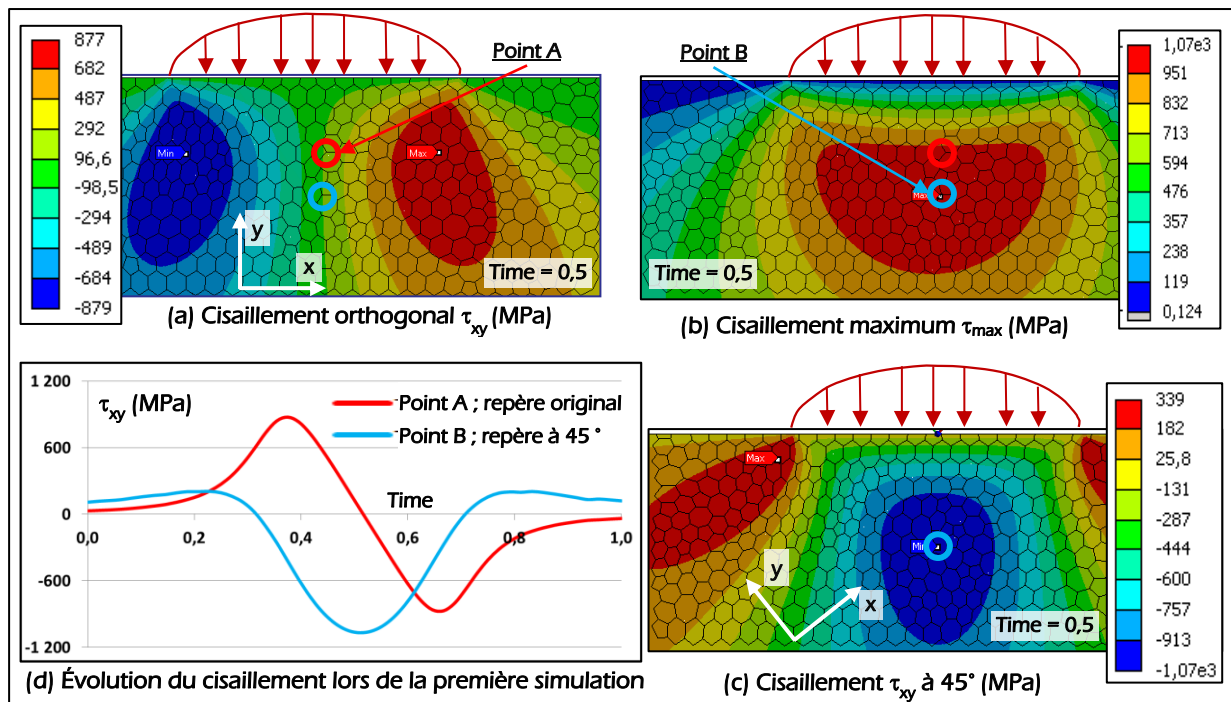


Figure 62 : Répartition et évolution des différentes contraintes de cisaillement

Les courbes représentant l'évolution du cisaillement aux points A et B (Figure 62d) confirment que c'est bien le cisaillement orthogonal dans le repère initial qui présente la plus grande variation au cours de la première simulation. Après cette première simulation, ce sont donc les joints de grain orientés horizontalement ou verticalement et situés à la profondeur du cisaillement orthogonal maximal qui subiront la variation d'endommagement maximum. D'après les résultats obtenus avec le modèle actuel, ce sont ces mêmes joints de grain qui atteignent l'endommagement maximal ( $D=1$ ) en premier (Figure 61).

### 3. Conclusion - discussion

Ce chapitre a été consacré à la présentation du développement d'un premier modèle de fatigue de contact basé sur une modélisation multi-échelle du contact roulant et sur l'application du concept d'endommagement aux joints de grain modélisés par des modèles à zones cohésives.

L'analyse de l'influence de la raideur des éléments cohésifs sur le comportement du modèle a permis de définir les valeurs de raideurs caractérisant un joint de grain sain (non endommagé) et un joint de grain « rompu » (totalement endommagé). Une formulation analytique approchée permet de quantifier l'influence de la raideur cohésive sur le comportement de l'ensemble grains – joints de grain ; cette formulation permet de relier la valeur à attribuer aux raideurs cohésives aux caractéristiques du matériau (taille des grains et module d'élasticité).

Cette analyse a également mis en évidence l'apparition de singularités numériques aux jonctions triples ; ces singularités sont dues à la présence des éléments cohésifs et ne peuvent être supprimées. Cependant, l'approche consistant à considérer le joint de grain dans son ensemble comme une seule entité, et donc à utiliser la valeur moyenne du cisaillement intergranulaire pour évaluer le critère d'endommagement, permet de s'affranchir de ces singularités.

Concernant les résultats obtenus, il est difficile à ce stade d'avancement de l'étude, de les comparer aux résultats expérimentaux. En effet, il est rappelé que ce premier modèle est un modèle « parfait » : structure constituée d'un matériau homogène (comportement élastique linéaire isotrope, absence d'inclusions, absence de contraintes résiduelles, absence de gradient de propriété, ...) soumise à une pression de contact type pression hertzienne (absence de frottement, absence de rugosité, ...). Or les résultats expérimentaux dépendent fortement des conditions d'utilisation, ce qui rend donc impossible toute véritable comparaison.

Cependant, les résultats obtenus avec ce premier modèle, peuvent être qualifiés comme « encourageants », et ce, malgré l'utilisation d'hypothèses volontairement simplificatrices. Les premières micro-fissures sont localisées à une profondeur correspondant à la position du cisaillement orthogonal maximum. Ce résultat est en effet en accord avec certaines observations expérimentales (Observations de Longching et al. [91], et de Qing et al. [92]). D'autre part, de nombreux modèles de prédiction de la durée de vie utilisent le cisaillement orthogonal comme critère (modèle originel de Lundberg et Palmgren [1]).

En conclusion, l'analyse sur le comportement numérique des éléments cohésifs ainsi que les premiers résultats obtenus (localisation de micro-fissures) montrent la faisabilité de l'approche proposée. Le développement doit donc se poursuivre et la représentativité du modèle doit être améliorée. Les résultats du modèle actuel sont notamment très éloignés des résultats expérimentaux en termes de durée de vie. Les premières micro-fissures apparaissent après quelques dizaines de milliers de cycles. Même si la comparaison quantitative reste difficile, (modèle « parfait, phase d'initiation uniquement), ce nombre de cycles est très inférieur aux durées de vie réellement observées (quelques dizaines de millions de cycles) et montrent que certaines hypothèses ou choix de modélisation doivent être remis en cause.

## **Chapitre III.**

### **Vers une deuxième classe de modèle**

<b>1. Modélisation de l'anisotropie au niveau granulaire : élasticité cristalline .....</b>	<b>91</b>
1.1. Modélisation du comportement élastique à l'échelle des grains .....	91
1.1.1. Élasticité du monocristal (échelle mésoscopique).....	91
1.1.2. Élasticité du polycristal (échelle macroscopique) .....	92
1.1.3. Application au modèle RCF .....	93
1.2. Analyse du comportement d'un agrégat polycristallin.....	94
1.2.1. Modèles et méthode d'analyse .....	94
1.2.2. Approche 2D : résultats et discussion .....	98
1.2.3. Approche 3D : résultats et discussion .....	100
1.2.4. Approche 2D : Influence du cas de charge.....	100
1.3. Application au modèle RCF .....	103
1.3.1. Description du modèle .....	103
1.3.2. Influence de l'anisotropie sur le comportement du modèle non endommagé .....	103
1.3.3. Influence de l'anisotropie sur l'apparition des micro-fissures .....	107
1.3.4. Conclusion.....	109
<b>2. Analyse sur l'application de la mécanique de l'endommagement aux joints de grain.....</b>	<b>110</b>
2.1. Définition d'un nouveau modèle d'endommagement .....	110
2.1.1. Limite de la formulation initialement utilisée .....	110
2.1.2. Proposition d'une nouvelle approche .....	111
2.2. Influence du modèle d'endommagement : cas du modèle à grains isotropes....	112
2.2.1. Résultats du modèle RCF : distribution des micro-fissures et durée de vie .....	112
2.2.2. Influence du modèle d'endommagement sur le cisaillement intergranulaire .....	113
2.2.3. Conséquence sur l'influence du paramètre $\Delta D$ .....	115
2.2.4. Conséquence sur la distribution des micro-fissures et sur la durée de vie .....	115
2.2.5. Conclusion – choix d'un modèle d'endommagement .....	116
2.3. Application sur le modèle RCF à grains anisotropes .....	117



Ce dernier chapitre décrit deux modifications apportées au modèle initial afin de le rendre plus représentatif du comportement réel d'un composant soumis à de la fatigue de contact. La première modification concerne la modélisation du comportement mécanique des grains, et la seconde la modélisation de l'endommagement des joints de grain.

La première partie est consacrée à la modélisation de l'anisotropie cristalline. Un modèle de type élasticité cubique est utilisé pour modéliser le comportement des grains. L'étude d'un agrégat polycristallin permet de montrer que les paramètres matériaux utilisés à l'échelle mésoscopique sont bien représentatifs du comportement macroscopique d'un acier. Ce modèle d'élasticité cubique est ensuite appliqué au modèle RCF.

*Ce modèle d'anisotropie cristalline est purement élastique et les déformations plastiques ne sont pas prises en compte.*

La seconde partie propose une nouvelle formulation pour l'application de l'endommagement aux joints de grain. Une analyse approfondie de l'application du concept d'endommagement aux joints de grains montre que la formulation initialement utilisée (application directe de l'endommagement sur la raideur tangentielle) se traduit par une très faible influence de cet endommagement sur le cisaillement intergranulaire. L'utilisation de la similitude entre le comportement du modèle RCF et celui du système simplifié étudié au chapitre précédent (Chapitre II.2.1.2) permet alors de proposer une nouvelle formulation conduisant à une influence directe de l'endommagement sur le cisaillement intergranulaire. Cette nouvelle formulation modifie considérablement la distribution des micro-fissures (coalescence entre les différentes micro-fissures), et la durée de vie estimée par le modèle (le nombre de cycles correspondant à l'apparition des premières micro-fissures atteint une valeur d'un ordre de grandeur comparable à celle donnée par l'expérience).



# 1. Modélisation de l'anisotropie au niveau granulaire : élasticité cristalline

## 1.1. Modélisation du comportement élastique à l'échelle des grains

### 1.1.1. Élasticité du monocristal (échelle mésoscopique)

#### 1.1.1.1. Notion de réseau cristallin

Certains solides tels que les métaux se présentent sous une forme ordonnée dans laquelle les atomes sont disposés régulièrement. Ces atomes forment un motif qui se répète, ce qui constitue alors ce que l'on appelle un cristal. Bravais démontra que tous les systèmes cristallins peuvent être décrits à partir de 14 réseaux. Trois exemples de réseaux cristallins sont donnés sur la Figure 63, les réseaux cubique centré (bcc), cubique faces centrées (fcc), et hexagonal compact (hcp).

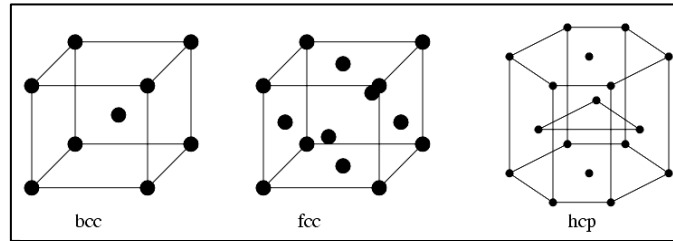


Figure 63: Exemple de réseaux cristallins

#### 1.1.1.2. Élasticité cubique

Un résumé des différentes lois constitutives utilisées en élasticité linéaire est donné en annexe (annexe D page 144).

Les structures cristallines de type cubique centré (CC) ou cubique faces centrées (CFC) présentent un comportement linéaire élastique orthotrope particulier. En effet, les propriétés mécaniques sont les mêmes suivant les 3 axes d'orthotropie, les directions  $[1,0,0]$ ,  $[0,1,0]$  and  $[0,0,1]$  (Figure 64).

Ce type de comportement orthotrope particulier est appelé élasticité cubique, et est caractérisé par 3 constantes indépendantes, le module d'Young  $E$ , le coefficient de Poisson  $\nu$ , et le module de cisaillement  $G$ . La matrice de souplesse dans le repère d'orthotropie (eq. 28) est de la même forme que pour l'élasticité isotrope mais les 3 constantes sont indépendantes les unes des autres. Le comportement mécanique peut également être défini à partir des composantes de la matrice de raideur (dans le repère d'orthotropie)  $[C]$  :  $C_{11}$ ,  $C_{12}$  and  $C_{44}$  (eq. 29).

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} = 2\varepsilon_{xy} \\ \gamma_{xz} = 2\varepsilon_{xz} \\ \gamma_{yz} = 2\varepsilon_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} \quad \text{eq. 28}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} = 2\varepsilon_{yz} \\ \gamma_{xz} = 2\varepsilon_{xz} \\ \gamma_{xy} = 2\varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{éq. 29}$$

Le monocristal n'étant pas isotrope, son module d'Young dépend donc de la direction dans lequel il est évalué. Le module  $E$  utilisé dans la matrice de souplesse (éq. 28) correspond au module dans les directions d'orthotropie  $[1,0,0]$ ,  $[0,1,0]$  and  $[0,0,1]$ . Il correspond également à la valeur minimum,  $E_{\min}$ , des modules évalués dans les différentes directions. La valeur maximale  $E_{\max}$  est obtenue dans la direction  $[1,1,1]$  (Figure 64).

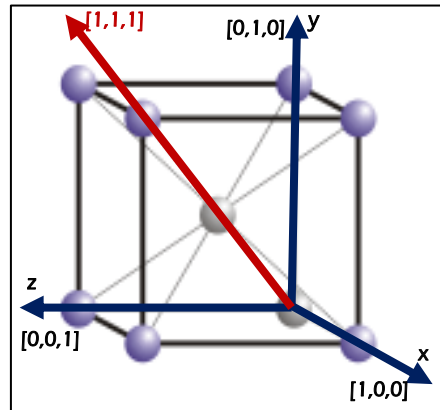


Figure 64 : Structure cubique centrée

### 1.1.2. Élasticité du polycristal (échelle macroscopique)

Un polycristal est composé d'un certain nombre de cristaux ou grains qui peuvent être orientés aléatoirement. Si le nombre de grains composant ce polycristal est suffisamment grand, et si ces grains sont orientés suivant toutes les directions (polycristal sans texture), son comportement mécanique peut être considéré comme isotrope à l'échelle macroscopique, et est donc caractérisé par un module d'Young (macroscopique) et un coefficient de Poisson (macroscopique).

Deux méthodes peuvent être utilisées pour évaluer de façon théorique ces deux constantes. La première méthode proposée par Voigt, consiste à faire l'hypothèse que la déformation est constante dans le polycristal. La seconde proposée par Reuss, consiste au contraire à faire l'hypothèse que la contrainte est constante dans le polycristal.

Dans le cas d'un agrégat composé de cristaux cubiques (CC ou CFC), ces constantes macroscopiques (Module de compressibilité  $K$ , et module de cisaillement  $G$ ) ont été calculées par Hill [93], et leur expression est donnée ci-dessous (éq. 30 et éq. 31). Dans ces expressions, les suffixes  $v$  et  $r$  correspondent à des valeurs estimées à partir des théories de Voigt ou de Reuss. Les expressions du module d'Young (macroscopique) et du coefficient de Poisson (macroscopique) peuvent être déduites de ces valeurs ([94]).

$$K_v = K_r = \frac{1}{3} \times (C_{11} + 2C_{12}) \quad \text{éq. 30}$$

$$G_v = \frac{1}{5} \times (C_{11} - C_{12} + 3C_{44}) \quad \frac{1}{G_r} = \frac{1}{5} \times (4S_{11} - 4S_{12} + 3C_{44}) \quad \text{éq. 31}$$

Les approximations données par les théories de Voigt et De Reuss constituent en fait des valeurs limites du module d'Young  $E$ , du coefficient de Poisson  $\nu$ , et du module de cisaillement  $G$  ([95]). Dans le cas d'un agrégat isotrope statistiquement homogène, et composé de cristaux cubiques, le module de compressibilité macroscopique est le même avec la théorie de Voigt ou celle de Reuss, et ce module de compressibilité macroscopique de l'agrégat est égal au module de compressibilité du cristal. Cette égalité est également vérifiée

pour des agrégats qui ne sont pas statistiquement homogènes ([96]). L'analyse éléments finis d'un agrégat polycristallin a permis de vérifier cette dernière affirmation (annexe E.3).

### 1.1.3. Application au modèle RCF

#### 1.1.3.1. Choix d'un modèle de comportement pour le monocristal (grain)

L'objectif global de l'étude présentée est de mettre au point un modèle numérique permettant d'analyser l'initiation de fissures sur des structures soumises à de la fatigue de contact. Ce modèle pourra donc être appliqué aussi bien au domaine des transmissions (engrenages, roulements) qu'au domaine ferroviaire pour le contact roue-rail. Pour chacun de ces domaines, la microstructure et la composition des matériaux utilisés peuvent être très différentes. De plus pour un domaine donné, le matériau utilisé n'est pas forcément homogène à l'échelle mésoscopique.

Pour cette première approche développée dans ce travail, on considère un matériau constitué uniquement de ferrite (ou fer  $\alpha$ ). La structure cristallographique de la ferrite est de type cubique centrée, et son comportement élastique linéaire peut donc être représenté par un modèle d'élasticité cubique. Concernant les constantes d'élasticité associées à ce modèle, différentes valeurs peuvent être trouvées dans la littérature. Les constantes définies par Courtney [97] sont utilisées dans ce travail. Ces constantes sont présentées dans la Table 8.

$C_{11}$	$C_{12}$	$C_{44}$
237 GPa	141 GPa	116 GPa

Table 8: Constantes caractéristiques de la ferrite (Courtney [97])

Les autres caractéristiques du comportement mécanique du cristal, (composantes de la matrice de souplesse ( $S_{11}$ ,  $S_{12}$ ,  $S_{44}$ ), et constantes de l'ingénieur ( $E$ ,  $G$ ,  $K$ , et  $\nu$ ) exprimées dans le repère d'orthotropie ou repère cristallographique : directions  $[1,0,0]$   $[0,1,0]$   $[0,0,1]$ .) peuvent être déduites des composantes de la matrice de rigidité. Ces valeurs sont données dans la Table 9. La valeur maximum du module d'Young, c'est à dire le module dans la direction  $[1,1,1]$ , est également donnée dans cette même table. On rappelle que le module d'Young est minimum dans les directions d'orthotropie, donc cette valeur minimum est égale au module  $E$  de la Table 9.

$S_{11}$	$S_{12}$	$S_{44}$	$E$	$G = C_{44}$	$\nu$	$K$	$E_{\max}$
$7,59 \cdot 10^{-3}$ GPa <sup>-1</sup>	$-2,83 \cdot 10^{-3}$ GPa <sup>-1</sup>	$8,62 \cdot 10^{-3}$ GPa <sup>-1</sup>	132 GPa	116 GPa	0,37	173 GPa	276 GPa

Table 9: Caractéristiques mécaniques du cristal (Courtney [97])

#### 1.1.3.2. Conséquence sur le comportement du polycristal

Comme expliqué précédemment (paragraphe 1.1.2), le comportement macroscopique d'un agrégat statistiquement homogène peut être considéré comme isotrope, et les approches de Voigt et de Reuss donnent des valeurs limites des caractéristiques mécaniques de ce comportement. Les valeurs limites caractéristiques du comportement d'un agrégat composé de cristaux modélisés par les constantes de la Table 8 sont regroupées dans la Table 10.

$E_v$	$E_r$	$G_v$	$G_r$	$K_v = K_r$	$\nu_v$	$\nu_r$
228 GPa	194 GPa	88,8 GPa	74,0 GPa	173 GPa	0,281	0,313

Table 10: Caractéristiques mécaniques d'un agrégat de ferrite statistiquement homogène

## 1.2. Analyse du comportement d'un agrégat polycristallin

L'objectif de cette partie est la validation du modèle d'élasticité cubique défini au paragraphe précédent, avant son implémentation dans le modèle RCF. Pour cela, on étudie le comportement macroscopique d'un agrégat appelé volume élémentaire représentatif (VER).

Le premier objectif est de vérifier que le modèle choisi et ses paramètres associés, sont représentatifs du comportement du polycristal à l'échelle macroscopique. Un agrégat composé d'un nombre suffisamment grand de cristaux de ferrite orientés aléatoirement (sans texture) doit présenter à l'échelle macroscopique un comportement élastique isotrope.

Le second objectif est de déterminer l'influence de la taille du VER sur son comportement macroscopique. En effet, si le nombre de cristaux composant le VER n'est pas suffisant, le module d'Young macroscopique et le coefficient de Poisson macroscopique de ce VER dépendent alors de ce nombre de cristaux, donc de la taille du VER pour une dimension donnée des cristaux ([98], [99]).

### 1.2.1. Modèles et méthode d'analyse

#### 1.2.1.1. Modèles

Le comportement macroscopique du VER est déterminé à partir de deux modèles, un modèle 2D et un modèle 3D.

Le modèle 2D est constitué d'une structure surfacique de forme carré de côté  $L$  (Figure 65a). Cette structure est composée de grains générés selon le procédé défini au 0, page 51. Le modèle 3D est constitué d'une structure de forme cubique de côté  $L$  (Figure 65b). Cette structure est composée de grains de forme parfaitement cubique ; la procédure permettant de créer des grains en 3D n'ayant pas encore été développée, cette solution (grains cubiques) constitue une alternative suffisante pour l'analyse développée dans cette partie. La forme des grains n'a pas d'influence sur les conclusions tirées dans ce paragraphe (annexe E.1 page 145).

La taille du modèle est caractérisée par le paramètre adimensionnel  $\lambda$ , défini comme le rapport entre la longueur  $L$  du VER, et la taille des grains ; ce paramètre correspond donc au nombre de grains le long de chaque côté du VER.

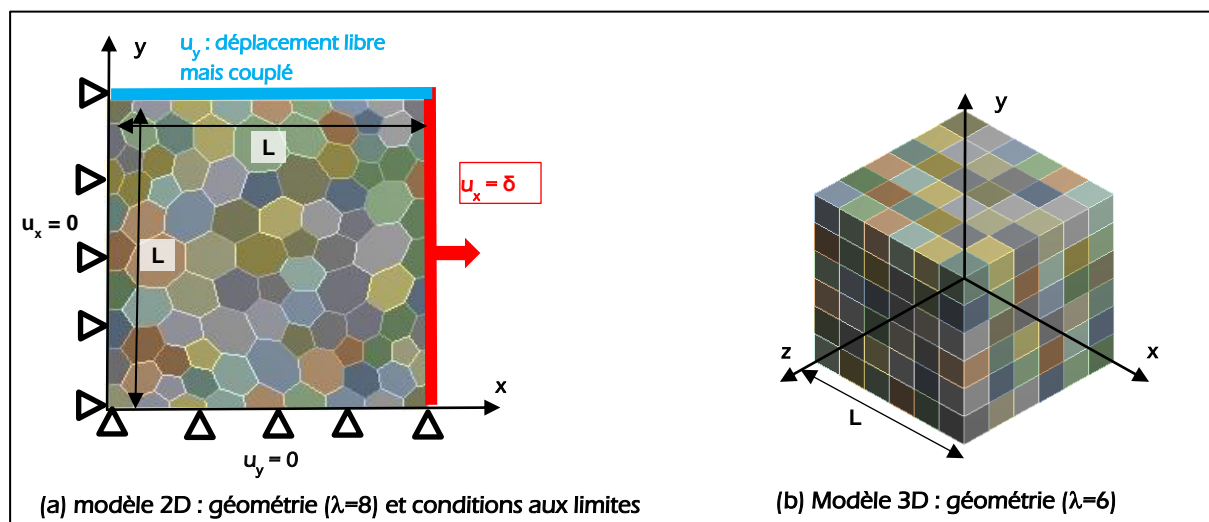


Figure 65 : Modèles de VER

L'orientation de chaque grain est définie par les trois angles d'Euler (Figure 66) pour le modèle 3D et par le premier angle d'Euler pour le modèle 2D.

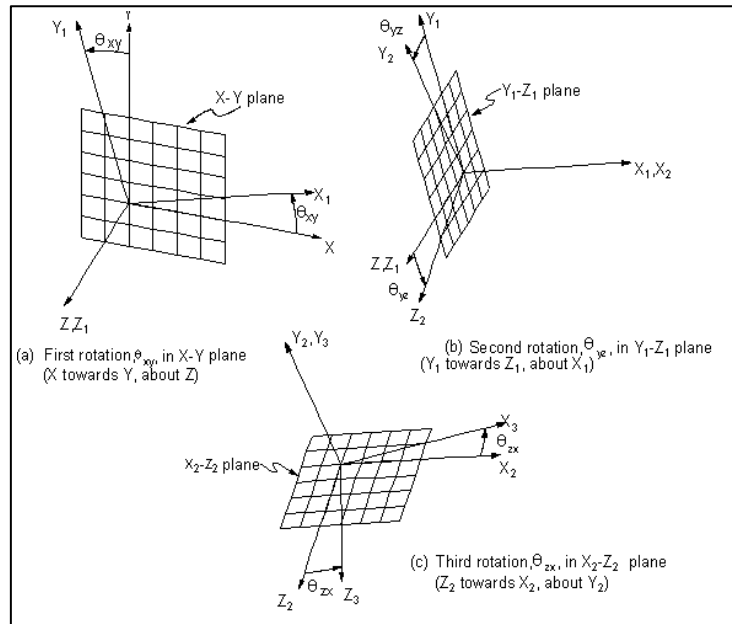


Figure 66 : Angles d'Euler (documentation ANSYS)

Pour chaque grain, les angles d'Euler sont définis de façon aléatoire entre 0 et 90°. Un exemple d'orientation est donné sur la Figure 67.

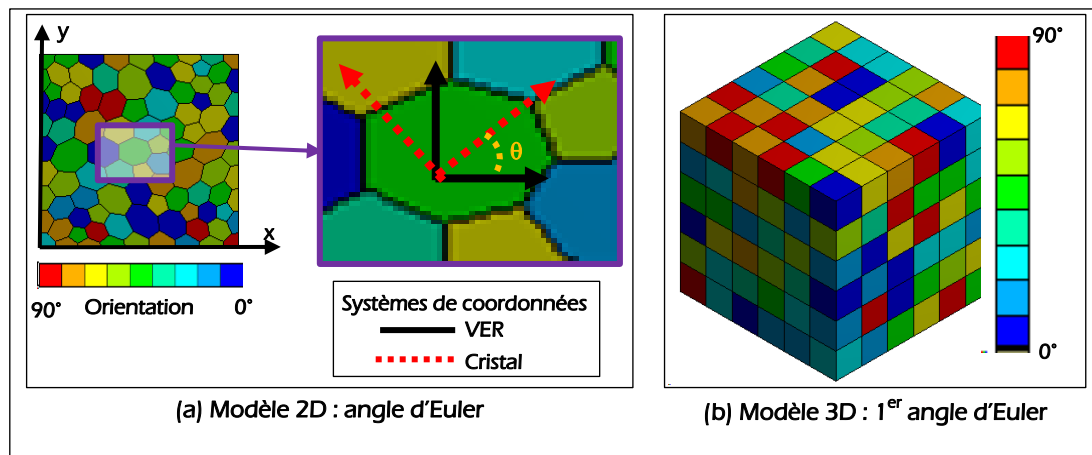


Figure 67: Orientation des grains du VER

Afin de déterminer les constantes macroscopiques du VER, ce dernier va être soumis à des conditions aux limites permettant de simuler un état de contrainte macroscopique correspondant à une sollicitation de traction uniaxiale. Les conditions aux limites appliquées sur le modèle 2D sont illustrées sur la Figure 65a et dans la Table 11. En ce qui concerne le modèle 3D, on ajoute dans la direction  $z$  le même type de conditions aux limites que pour la direction  $y$  (Table 12).

Côté	$x=0$	$y=0$	$x=L$	$y=L$
Conditions aux limites	$U_x=0$	$U_y=0$	$U_x=\delta_x$	$U_y$ libre mais constant
Résultats			Effort de réaction $F_x$	$\delta_y$

Table 11: Conditions aux limites du modèle 2D



face	x=0	y=0	z=0	x=L	y= L	z=L
Conditions aux limites	$U_x=0$	$U_y=0$	$U_z=0$	$U_x=\delta_x$	$U_y$ libre mais constant	$U_z$ libre mais constant
Résultats				Effort de réaction $F_x$	$\delta_y$	$\delta_z$

Table 12: Conditions aux limites du modèle 3D

### 1.2.1.2. Résultats mésoscopiques et méthode d'analyse macroscopique

Ce paragraphe présente un exemple de distribution des différents champs (déplacement, déformation, contrainte) au niveau mésoscopique et illustre la méthode de détermination des caractéristiques macroscopiques du VER.

La répartition des composantes du vecteur déplacement est donnée sur la Figure 68. Du fait de l'anisotropie des grains et de leur orientation aléatoire, cette répartition diffère de celle qui serait obtenue avec un modèle isotrope : les lignes isovaleurs de la composante  $u_x$  ne sont pas des droites verticales et les lignes isovaleurs de la composante  $u_y$  ne sont pas des droites horizontales.

Cependant, les conditions aux limites imposées assurent une composante  $u_x$  constante sur le côté droit du VER et égale à la valeur imposée  $\delta_x$  ( $\delta_x = 2 \mu\text{m}$  dans l'exemple). L'effort de réaction  $F_x$  correspondant à ce déplacement imposé est évalué après la simulation éléments finis ( $F_x = 352 \text{ N}$  dans l'exemple). De même la composante  $u_y$  est constante sur le côté supérieur ; sa valeur  $\delta_y$  est évaluée après la simulation éléments finis ( $\delta_y = 0,326 \mu\text{m}$  dans l'exemple).

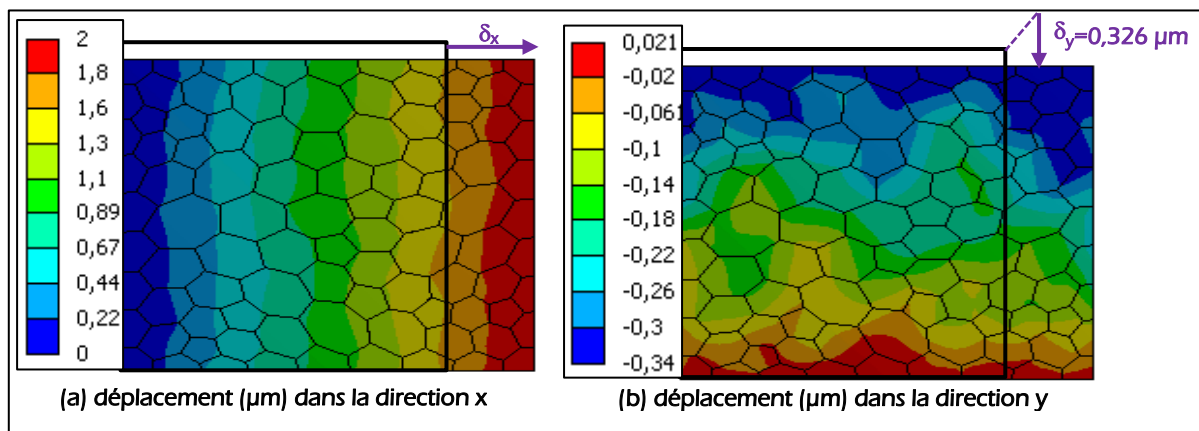


Figure 68 : Déplacements du VER en traction uniaxiale

L'analyse du champ de déformation et du champ de contrainte au niveau des grains (échelle mésoscopique) met en évidence une très grande hétérogénéité de la distribution des différentes composantes (Figure 69).

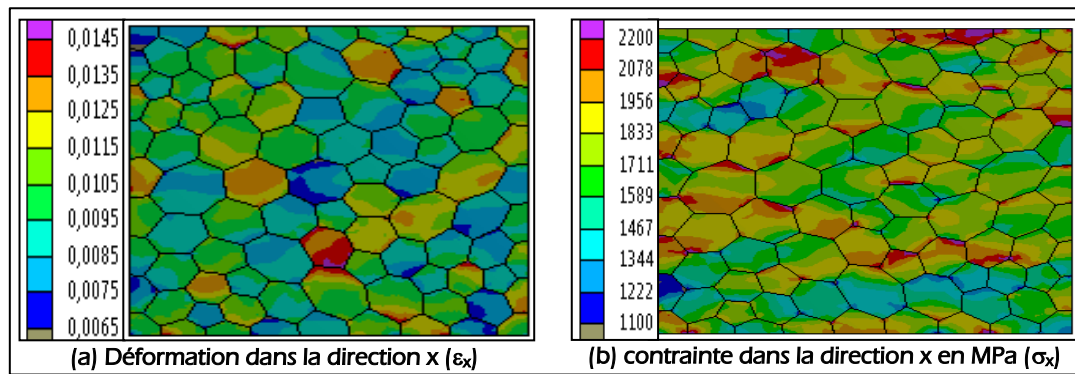


Figure 69 : Contraintes et déformations (échelle mésoscopique) dans le VER

Au niveau macroscopique, le cas de charge appliqué correspond à un chargement de type traction uniaxiale. Les tenseurs des contraintes et des déformations ainsi que l'expression de leurs différentes composantes sont donnés dans la Table 13. Les caractéristiques mécaniques macroscopiques de l'agrégat peuvent ensuite être déduites de ces composantes macroscopiques (Table 13).

Composantes macroscopiques	
$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix}$
$\varepsilon_x = \frac{\delta_x}{l} = \frac{2 \mu m}{200 \mu m} = 0.01$	
$\varepsilon_y = -\frac{\delta_y}{l} = -\frac{0,326 \mu m}{200 \mu m} = 0.00163$	
$\sigma_x = \frac{F_x}{A} = \frac{352 N}{0,2 mm^2} = 1760 MPa$	
Constantes matériau macroscopiques	
Module d'Young : $E = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x} = 176 GPa$	
Coefficient de Poisson : $\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = 0.163$	

Table 13: Analyse au niveau macroscopique (contraintes – déformations – constantes matériau)

### 1.2.1.3. Influence du maillage

Ce paragraphe est consacré à l'analyse de l'influence du maillage sur le comportement macroscopique de l'agrégat, c'est-à-dire sur ses propriétés mécaniques. L'influence de ce maillage sur l'état de contrainte à l'échelle mésoscopique est analysée dans la suite de ce mémoire (Chapitre III.1.3. ).

La taille du maillage est contrôlée par le nombre d'éléments le long de chaque joint de grain. Les 3 maillages utilisés sont représentés sur la Figure 70.

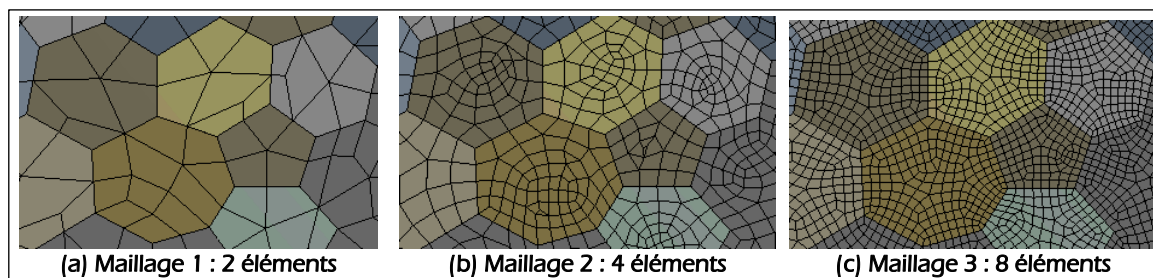


Figure 70 : Maillages

Les caractéristiques macroscopiques (module d'Young et coefficient de Poisson) obtenues en fonction du maillage utilisé sont regroupées dans la Table 14. Ce paramètre a une influence très faible sur le comportement macroscopique de l'agrégat. Le maillage à **4 éléments** le long de chaque joint de grain défini précédemment (Chapitre II.2.2.3.2 page 80) est donc conservé pour la suite de l'analyse.

Maillage : Nombre d'éléments le long de chaque joint de grain	Module d'Young E (GPa)	Coefficient de Poisson $\nu$
2	176.09	0.1624
4	176.00	0.1628
8	175.98	0.1629

Table 14: Influence du maillage sur le comportement macroscopique du VER

## 1.2.2. Approche 2D : résultats et discussion

### 1.2.2.1. Résultats

L'influence de la taille du VER sur son comportement mécanique est décrite sur la Figure 71. Ces caractéristiques ont été évaluées pour 4 tailles du VER :  $\lambda = 4, 8, 16$  et  $32$ . Pour chacune de ces tailles de VER, 10 simulations ont été effectuées en affectant pour chaque simulation une orientation aléatoire des grains différente.

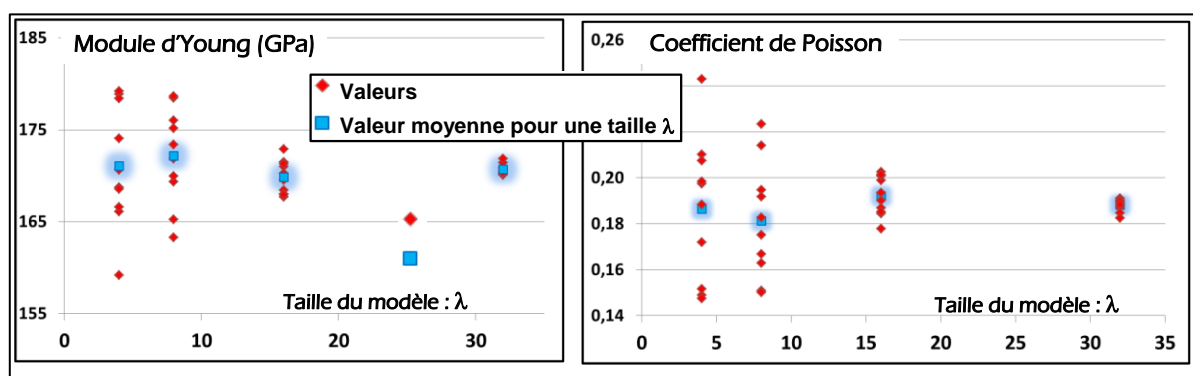


Figure 71 : Résultats à l'échelle mésoscopique

Les différentes conclusions qui peuvent être tirées de ces résultats sont les suivantes :

- pour des VER de « faibles » tailles ( $\lambda = 4$  ou  $\lambda = 8$  par exemple), les résultats présentent une forte dispersion due à des orientations de grains différentes.
- Lorsque la taille du VER augmente, cette dispersion diminue, ce qui correspond bien aux résultats attendus.
- Cependant, la valeur moyenne des caractéristiques mécaniques obtenues est différente de celle attendue. Cette valeur moyenne du module d'Young est approximativement égale à 170 GPa, ce qui est assez éloigné du module d'Young d'un acier, généralement proche de 200 GPa.

### 1.2.2.2. Discussion

Au niveau macroscopique, le cas de charge utilisé pour déterminer les constantes mécaniques correspond à une traction uniaxiale dans la direction  $x$  du VER (Figure 72). L'orientation du grain 2D étant définie uniquement par le premier angle d'Euler (paramètre  $\theta$  de la Figure 72), la direction  $x$  du VER est forcément dans le plan  $xy$  (directions  $[1,0,0]$ ,  $[0,1,0]$ ), du cristal et ne peut donc pas être alignée avec la direction correspondant au module d'Young maximal du cristal (direction  $[1,1,1]$ ). Ceci justifie le fait que la valeur moyenne obtenue (170 GPa) pour le module macroscopique du polycristal soit inférieure à la valeur attendue.

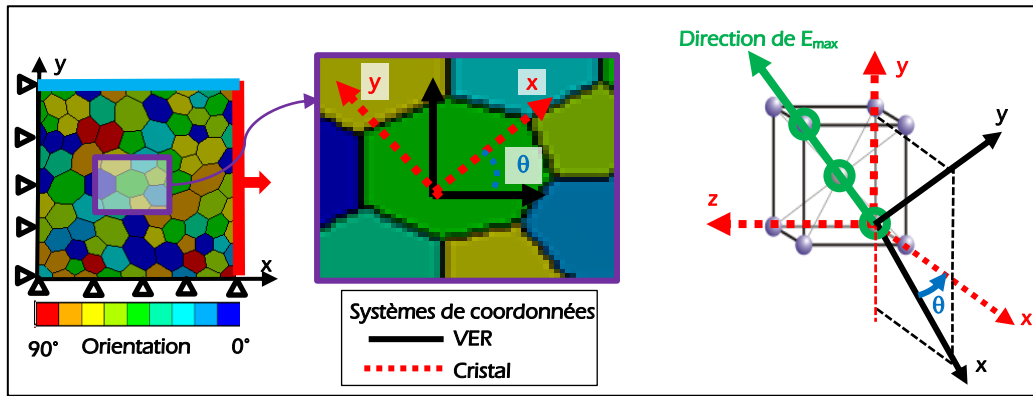


Figure 72 : Systèmes de coordonnées : Cristal et VER 2D

La définition de l'orientation des grains en 2D explique l'obtention d'un module d'Young inférieur à la réalité. Afin de justifier l'ordre de grandeur du module obtenu (170 GPa), on peut analyser le comportement 2D d'un polycristal dont tous les grains sont orientés dans la même direction (angle  $\theta$  par rapport à la direction  $x$  de ce polycristal). L'expression de la valeur du module d'Young du polycristal dans la direction  $x$  en fonction de la direction  $\theta$  est donnée dans l'équation ci-après (éq. 32). Cette équation provient des formules classiques utilisées notamment pour les matériaux composites ([100]).

$$\frac{1}{E_x(\theta)} = \left( \frac{\cos^4 \theta}{E} + \frac{\sin^4 \theta}{E} + \cos^2 \theta \sin^2 \theta \times \left( \frac{1}{G} - 2 \frac{\nu}{E} \right) \right) \quad \text{éq. 32}$$

La Figure 73 illustre l'évolution de ce module. La valeur minimum est obtenue pour des angles  $0^\circ$  et  $90^\circ$ , c'est-à-dire dans les directions  $[1,0,0]$ , et  $[0,1,0]$ . On retrouve une valeur minimum de 132 GPa (Table 9). Ce module atteint sa valeur maximum (220 GPa) dans une direction à  $45^\circ$ . Cette valeur maximum atteinte dans le plan  $[1,0,0]$ ,  $[0,1,0]$  est inférieure à la valeur maximale globale, 276 GPa (Table 9) qui correspond à un module dans la direction  $[1,1,1]$ .

La courbe de la Figure 73 montre que la valeur moyenne obtenue pour le module d'Young macroscopique du VER (170 GPa) est tout à fait cohérente, puisqu'elle est comprise entre les valeurs minimum (132 GPa) et maximum (220 GPa).

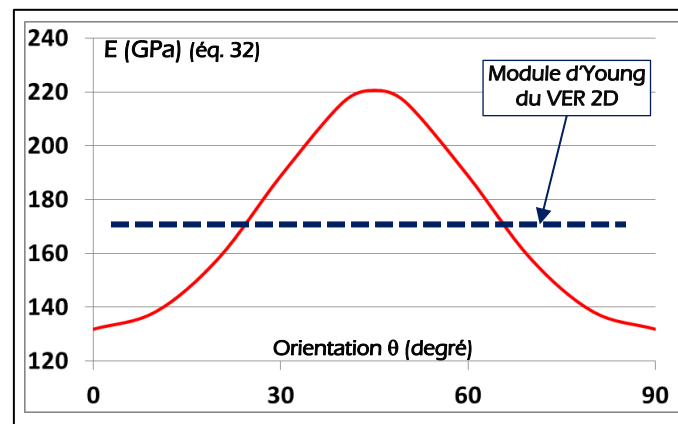


Figure 73: Influence de l'orientation sur le module d'Young

Afin de vérifier que le modèle éléments finis du VER donne des résultats équivalents à ceux de l'équation éq. 32, un essai de traction uniaxiale sur un VER composé de grains ayant tous la même orientation a été simulé. Les résultats (annexe E page 145) correspondent parfaitement à ceux représentés sur la Figure 73 (éq. 32).

### 1.2.3. Approche 3D : résultats et discussion

La procédure pour déterminer les constantes macroscopiques est identique à celle de l'approche 2D. Le coefficient de Poisson peut cependant être déterminé à partir soit du déplacement dans la direction  $y$  ( $v_{xy}$ ), soit du déplacement dans la direction  $z$  ( $v_{xz}$ ).

L'influence de la taille du VER sur le module d'Young est décrite sur le graphe de la Figure 74. Comme pour l'approche 2D, une diminution de la dispersion des résultats est constatée lorsque la taille du VER augmente. En fait, plus que le paramètre  $\lambda$ , c'est le nombre de grains qui est représentatif de la taille. Or ce nombre de grains évolue comme  $\lambda^2$  dans le modèle 2D et comme  $\lambda^3$  dans le modèle 3D. Ceci explique les valeurs utilisées de  $\lambda$  plus faibles dans l'approche 3D. Enfin, concernant la valeur moyenne, celle-ci est égale à 207,5 GPa dans le cas d'un VER de taille  $\lambda = 12$ . Cette valeur est représentative du module d'Young d'un acier.

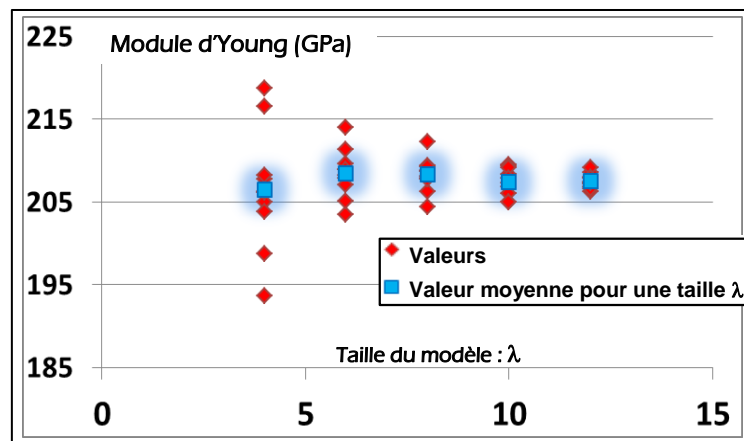


Figure 74: Module d'Young du VER 3D

Les résultats concernant le coefficient de Poisson sont donnés sur la Figure 75. Comme pour le module d'Young, la dispersion diminue avec l'augmentation de la taille du VER. Cependant, la valeur moyenne dépend de la direction de l'évaluation ; La valeur moyenne est 0,28 dans la direction  $y$  et 0,32 dans la direction  $z$ . La moyenne entre ces 2 valeurs (0,3) est en accord avec la valeur correspondant à un acier, mais la différence entre les 2 directions est plus inattendue.

Cette différence peut être due au fait que la méthode de génération aléatoire des orientations des grains utilisée dans ce travail conduit à générer un polycristal présentant une texture. Guilhem dans l'annexe B de sa thèse [101] a en effet observé qu'un polycristal généré par une méthode similaire présentait une texture. Il propose d'utiliser plutôt l'algorithme de Shoemaker pour reproduire un polycristal non texturé. Cette méthode n'est pas approfondie dans ce travail.

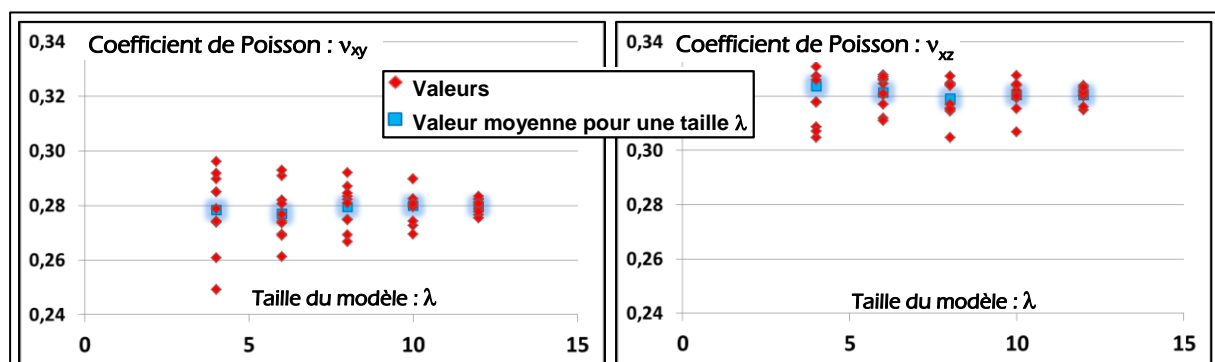


Figure 75 : Coefficient de Poisson du VER 3D

### 1.2.4. Approche 2D : Influence du cas de charge

Les 2 paragraphes précédents ont permis de montrer que le modèle d'élasticité cubique choisi pour décrire le comportement mésoscopique des grains était bien représentatif du

comportement global du matériau dans le cas d'une modélisation 3D, mais que la raideur macroscopique était sous-estimée dans le cas d'une modélisation 2D. Or le modèle RCF actuellement développé, est un modèle 2D. Ce paragraphe montre cependant que les caractéristiques mécaniques macroscopiques évaluées à partir d'une modélisation 2D dépendent fortement du cas de charge utilisé pour les déterminer.

#### 1.2.4.1. Modèles

Le cas de charge initialement utilisé pour l'analyse du VER correspond à une traction uniaxiale (Figure 76a). Or l'état de contrainte correspondant à la fatigue de contact est un état de contrainte triaxiale assez proche d'une compression hydrostatique (Figure 31 page 59). Afin de se rapprocher de cet état de contrainte, on analyse le comportement d'un VER soumis au cas de charge triaxiale représenté sur la Figure 76b.

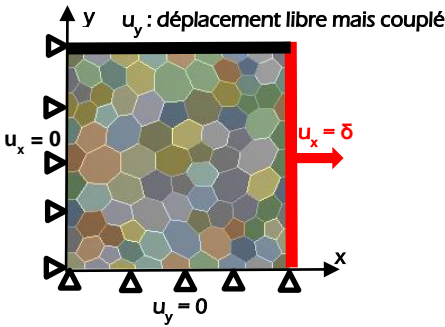
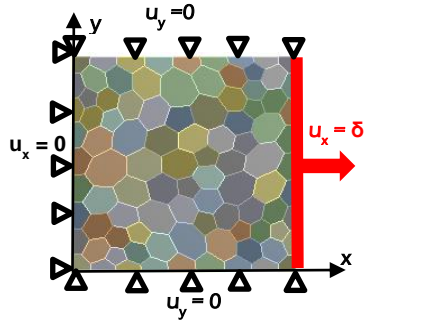
<p>(a) traction uniaxiale</p>  <p>Contraintes planes <math>\sigma_z=0</math></p>	<p>(b) traction triaxiale</p>  <p>déformations planes <math>\epsilon_z=0</math></p>
<p style="text-align: center;"><u>Grandeurs macroscopiques</u></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p><u>Tenseurs :</u></p> <math display="block">[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 0 \end{bmatrix} \quad [\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; \varepsilon_y &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; \varepsilon_z \end{bmatrix}</math> <p><u>Constantes Matériau :</u></p> <math display="block">E = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x}</math> <math display="block">\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}</math> </div> <div style="text-align: center;"> <p><u>Tenseurs :</u></p> <math display="block">[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; \sigma_y &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; \sigma_z \end{bmatrix} \quad [\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 0 \end{bmatrix}</math> <p><u>Constantes Matériau :</u></p> <math display="block">E = \frac{\sigma_x^2 + \sigma_x \sigma_y - 2\sigma_y^2}{\varepsilon_x \times (\sigma_x + \sigma_y)} \quad \text{éq. 33}</math> <math display="block">\nu = \frac{\sigma_y}{\sigma_x + \sigma_y} \quad \text{éq. 34}</math> </div> </div>	

Figure 76 : Description des modèles

#### Démonstration des éq. 33 et éq. 34

$$\begin{aligned} \sigma_z &= \sigma_y \\ \varepsilon_y &= 0 = \frac{1}{E} \times (-\nu \sigma_x + \sigma_y - \nu \sigma_z) \rightarrow \sigma_z = \sigma_y = \frac{\nu}{1-\nu} \times \sigma_x \rightarrow \nu = \frac{\sigma_y}{\sigma_x + \sigma_y} \\ \varepsilon_x &= \frac{1}{E} \times (\sigma_x - \nu \sigma_y - \nu \sigma_z) = \frac{1}{E} \times (\sigma_x - 2\nu \sigma_y) = \frac{1}{E} \times \left( \sigma_x - 2 \frac{\sigma_y}{\sigma_x + \sigma_y} \times \sigma_y \right) \\ \rightarrow E &= \frac{\sigma_x^2 + \sigma_x \sigma_y - 2\sigma_y^2}{\varepsilon_x \times (\sigma_x + \sigma_y)} \end{aligned}$$

#### 1.2.4.2. Résultats

L'influence du cas de charge sur l'évaluation des constantes macroscopiques est illustrée sur la Figure 77 (module d'Young) et sur la Figure 78 (coefficient de Poisson).



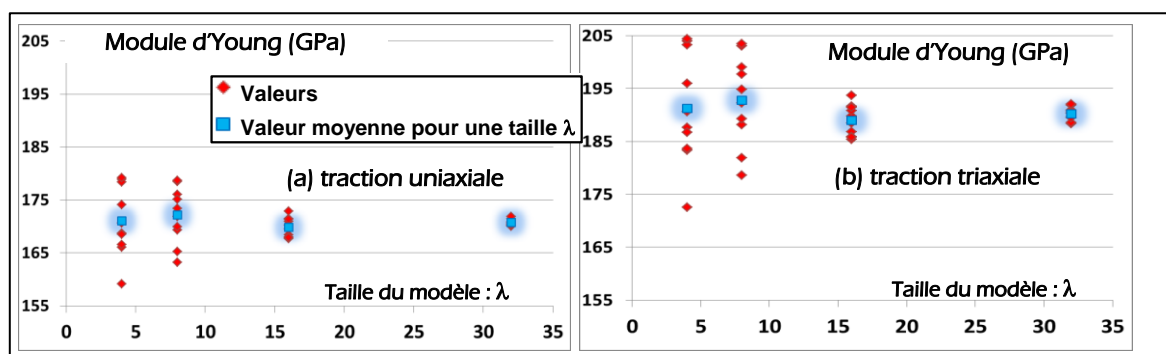


Figure 77 : Résultats (module d'Young) à l'échelle macroscopique

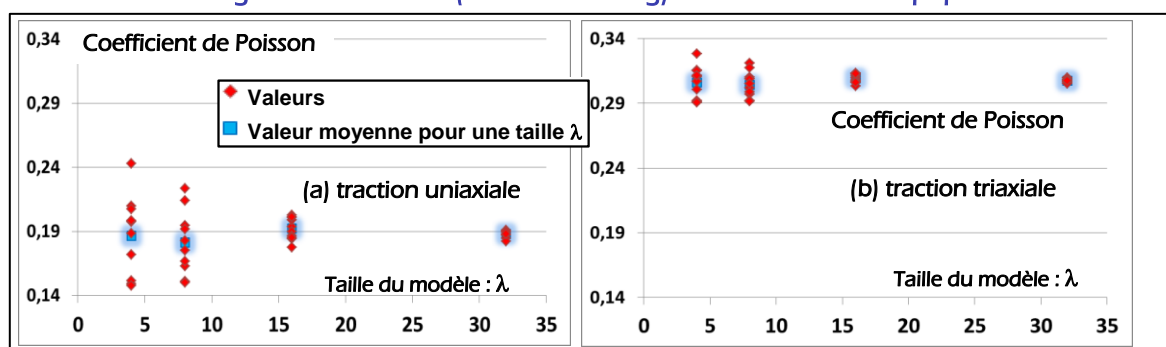


Figure 78 : Résultats (coefficient de Poisson) à l'échelle macroscopique

L'utilisation d'un cas de charge triaxiale permet d'obtenir avec le modèle 2D un comportement macroscopique proche de ceux donnés par le modèle 3D. Ce cas de charge correspondant à un état de contrainte proche de celui obtenu sous la pression de Hertz, le modèle d'élasticité cubique peut donc être implémenté dans le modèle RCF sans modifier fortement son comportement macroscopique. Localement, l'utilisation d'une modélisation 2D des grains ne permet pas de représenter totalement leur comportement réel, mais cette représentation est conservée à ce stade de développement du modèle.



### 1.3. Application au modèle RCF

#### 1.3.1. Description du modèle

Le modèle de comportement d'élasticité cubique défini précédemment (Table 8) est appliqué à la zone granulaire du modèle RCF. L'orientation de chaque grain est définie aléatoirement ; un exemple de distribution des orientations est donné sur la Figure 79. Le comportement de la zone non granulaire reste de type élastique linéaire isotrope. Les autres caractéristiques du modèle sont celles définies au Chapitre II.2.3.1 page 83.

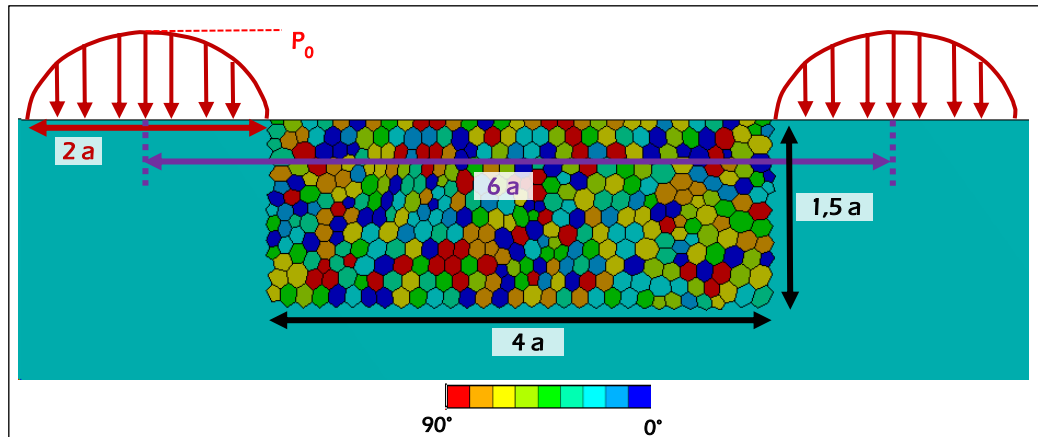


Figure 79 : Exemple d'orientation des grains du modèle RCF

L'étude de l'influence des paramètres numériques (taille du maillage, discrétisation spatiale de la simulation du passage de charge  $N_{sub}$ , et incrément d'endommagement maximum  $\Delta D$ ) sur la durée de vie est illustrée en annexe (F page 148). Ces paramètres n'ont pas d'influence significative sur la localisation de premières micro-fissures.

L'influence de ces trois paramètres sur la durée de vie est la même que celle constatée dans le cas du modèle initial à grains isotropes. La valeur choisie pour les deux premiers paramètres permet d'obtenir une estimation suffisamment précise de la durée de vie, mais la valeur  $\Delta D=0,1$  conduit à une surestimation de cette durée de vie (Figure 114c page 143). Cette valeur  $\Delta D=0,1$  est malgré tout conservée dans un premier temps pour ne pas trop allonger les temps de calcul. L'influence de ce paramètre  $\Delta D$  sur la durée de vie est analysée plus précisément au Chapitre III.2.2.3 page 115.

#### 1.3.2. Influence de l'anisotropie sur le comportement du modèle non endommagé

Tous les résultats présentés dans cette partie ont été obtenus lors de la première simulation du passage de la pression de Hertz (de Time= 0 à Time =1). Les éléments cohésifs représentant les joints de grain ne sont donc pas endommagés lors de cette simulation.

##### 1.3.2.1. Influence sur la raideur du modèle (comportement global)

La première comparaison concerne le comportement global du modèle. La Figure 80 représente le champ de déplacement vertical (direction y) pour une pression de Hertz centrée sur la zone granulaire (Time = 0,5). Les résultats obtenus avec la prise en compte de l'anisotropie sont très proches de ceux obtenus avec un modèle isotrope ; l'anisotropie entraîne une augmentation de 1,5% (de 14,47  $\mu m$  à 14,69  $\mu m$ ) du déplacement maximum sous la pression de Hertz. Le modèle d'élasticité cubique appliqué localement au niveau des grains engendre donc un comportement macroscopique identique à celui obtenu avec un modèle isotrope. Localement, au niveau des grains, l'influence de l'anisotropie se traduit par des courbes isodéplacement plus « irrégulières » (Zoom de la Figure 80).

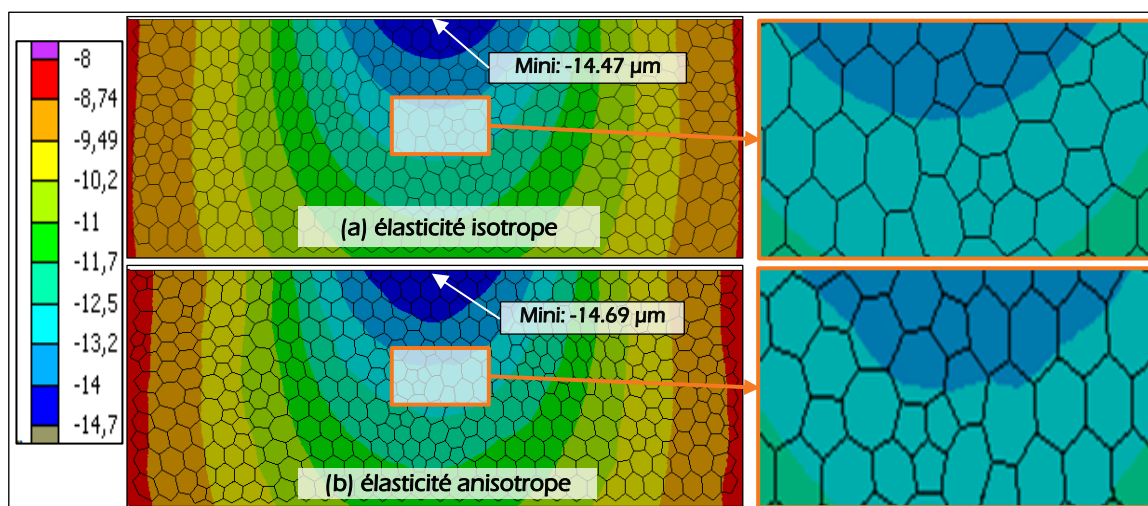


Figure 80 : Influence de l'anisotropie sur le déplacement vertical (direction y) ( $\mu\text{m}$ )

### 1.3.2.2. Influence sur le comportement local dans les grains

#### 1.3.2.2.1. Distribution du champ de contraintes

Si elle ne modifie quasiment pas le comportement global du système (champ de déplacement), l'anisotropie modifie fortement son comportement local, et en particulier la distribution du champ de contrainte. La Figure 81 représente la distribution du cisaillement orthogonal  $\tau_{xy}$ , et celle du cisaillement maximum  $\tau_{\max}$ , dans les cas isotrope et anisotrope. L'anisotropie engendre une irrégularité dans la distribution des contraintes et augmente fortement leur valeur, en particulier le long des joints de grain et aux jonctions triples. Cette augmentation est difficilement quantifiable du fait de la forte dépendance au maillage des valeurs maximales (paragraphe suivant 1.3.2.2.2).

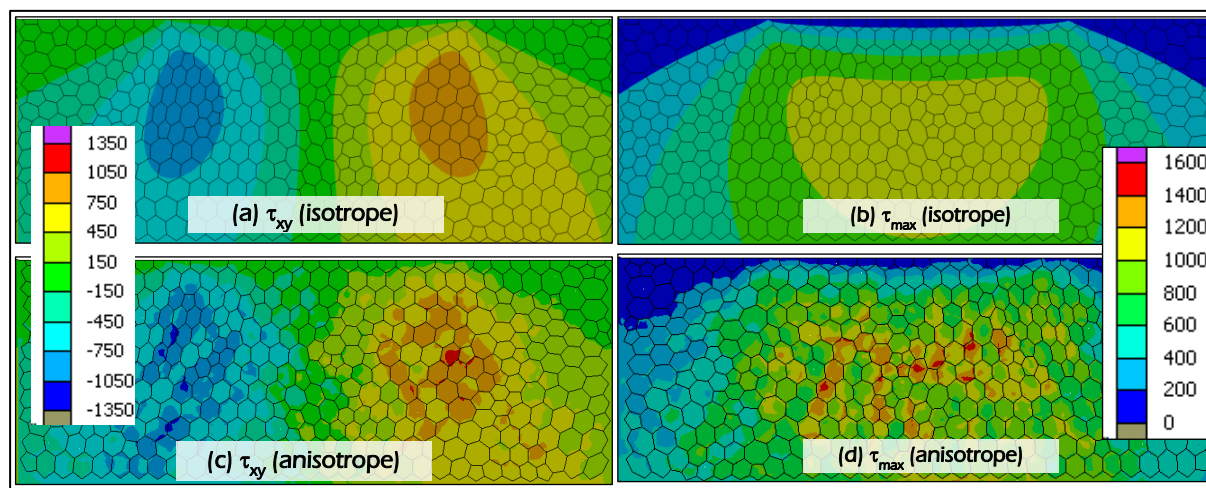


Figure 81 : Influence de l'anisotropie sur la répartition du cisaillement :  $\tau_{xy}$  et  $\tau_{\max}$  (MPa)

#### 1.3.2.2.2. Influence du maillage

Les résultats présentés sur la Figure 81 ont été obtenus avec une taille de maillage correspondant à 4 éléments le long de chaque joint de grain. Une première analyse de l'influence du maillage dans ce chapitre (paragraphe 1.2.1.3 page 97) a montré que ce maillage était suffisant pour caractériser le comportement global d'un agrégat.

L'influence du maillage sur le comportement local (cisaillement dans les grains) est illustrée sur la Figure 82b. Pour chaque maillage, on relève la valeur maximum du cisaillement (orthogonal et maximum) dans la zone granulaire. Ce maximum est localisé au niveau d'une jonction triple (Figure 82a).

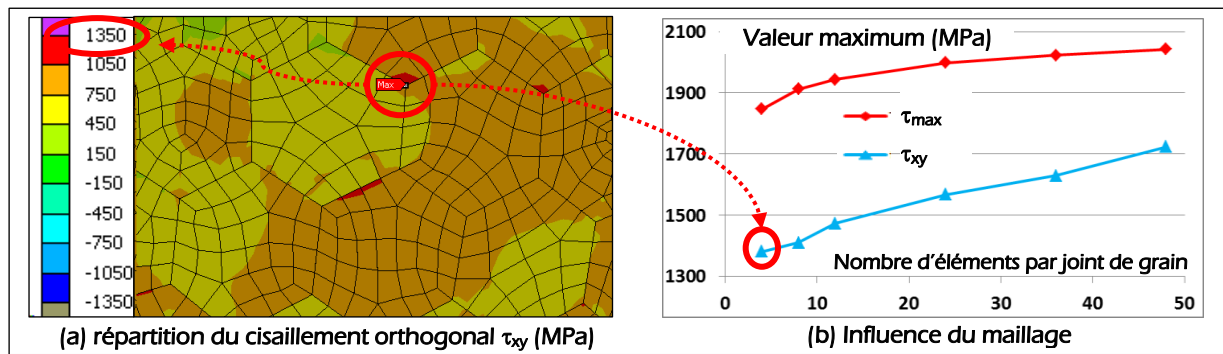


Figure 82 : Influence du maillage sur les maximums de contraintes (modèle anisotrope)

Les courbes de la Figure 82b montrent qu'une diminution de la taille du maillage ne permet pas de rendre les valeurs du cisaillement indépendantes du maillage. La modélisation de grains anisotropes ayant chacun une orientation différente engendre une **singularité** du champ de contrainte aux jonctions entre trois grains.

### 1.3.2.3. Influence sur le comportement local aux joints de grain

Le critère d'endommagement  $\Delta\tau$  étant évalué à partir du cisaillement intergranulaire (Chapitre II.1.2.3 page 59), ce paragraphe est consacré à l'analyse de l'influence de l'anisotropie et du maillage sur ce cisaillement intergranulaire.

#### 1.3.2.3.1. Répartition du cisaillement intergranulaire

L'influence de l'anisotropie sur la répartition du cisaillement intergranulaire est illustrée sur la Figure 83. Le joint de grain étudié est quasiment parallèle à la direction y du modèle (Figure 83a) et se situe à une profondeur correspondant à celle du cisaillement orthogonal maximum (cas isotrope) (Figure 83b). L'introduction d'un comportement anisotrope accentue les discontinuités le long du joint de grain (Figure 83d). L'évolution des valeurs minimum et maximum de ce cisaillement lors la première simulation est représentée sur la Figure 83c.

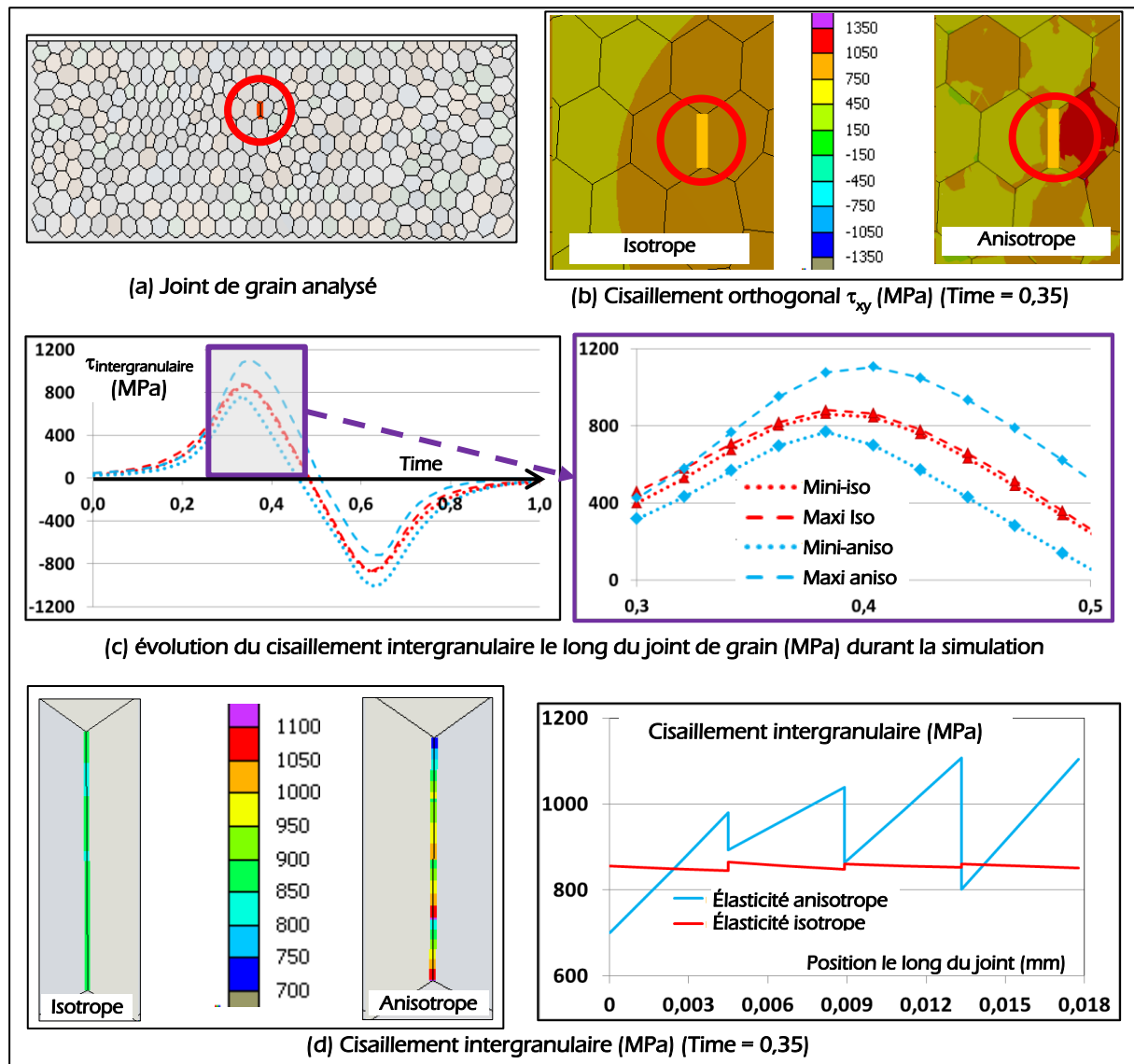


Figure 83 : Influence de l'anisotropie sur le cisaillement intergranulaire (modèle non endommagé)

## 1.3.2.3.2. Influence du maillage

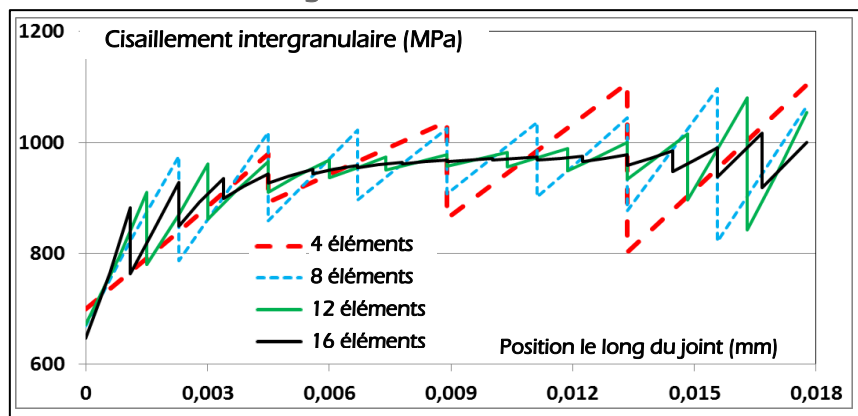


Figure 84 : Influence du maillage sur le cisaillement intergranulaire (Time = 0,35)

L'influence du maillage sur la répartition du cisaillement intergranulaire le long du joint de grain étudié (pour une position donnée de la pression de Hertz : Time = 0,35) est donnée sur la Figure 84. La diminution de la taille du maillage permet de diminuer fortement les

discontinuités uniquement au centre du joint de grain ; ces discontinuités restent présentes au niveau des jonctions triples quelle que soit la taille du maillage.

Cependant, le taux d'endommagement est calculé à partir de la variation de la valeur moyenne du cisaillement intergranulaire le long du joint de grain. L'influence du maillage sur cette valeur moyenne (pour une position donnée de la pression de Hertz : Time = 0,35) est résumée dans la Table 15. Ces résultats montrent la très faible influence du maillage sur cette valeur.

Taille du maillage : Nombre d'éléments le long du joint	4	8	12	16
Cisaillement intergranulaire moyen (MPa)	935,7	937,5	938,1	937,1

**Table 15: Influence de la taille du maillage sur la valeur moyenne du cisaillement intergranulaire (Time= 0,35)**

Pour la suite de l'étude, on gardera donc une taille de maillage correspondant à **4 éléments** le long de chaque joint de grain.

Cette analyse sur l'influence de la taille du maillage a été effectuée, pour un joint de grain particulier, pour une position donnée de la pression de Hertz (Time = 0,35) et lors de la simulation du premier passage de charge, c'est-à-dire avec des joints de grain non endommagés. L'étude de l'influence de ce maillage sur la position des micro-fissures et sur la durée de vie est réalisée par la suite.

### 1.3.3. Influence de l'anisotropie sur l'apparition des micro-fissures

Afin de mettre en évidence l'influence de l'anisotropie sur l'initiation de fissures, les résultats initiaux obtenus avec une hypothèse de comportement isotrope des grains sont comparés avec ceux obtenus avec un comportement anisotrope, et ceci pour deux distributions différentes de l'orientation de ces grains (orientation 1 et orientation 2).

La Figure 85 représente la position de la première micro-fissure et des 10 premières micro-fissures pour les trois modèles de comportement. Sur cette figure et les suivantes, la ligne en pointillée représente la position du cisaillement orthogonal maximum (cas isotrope) et se situe donc à une profondeur égale à la moitié de la demi largeur de contact.



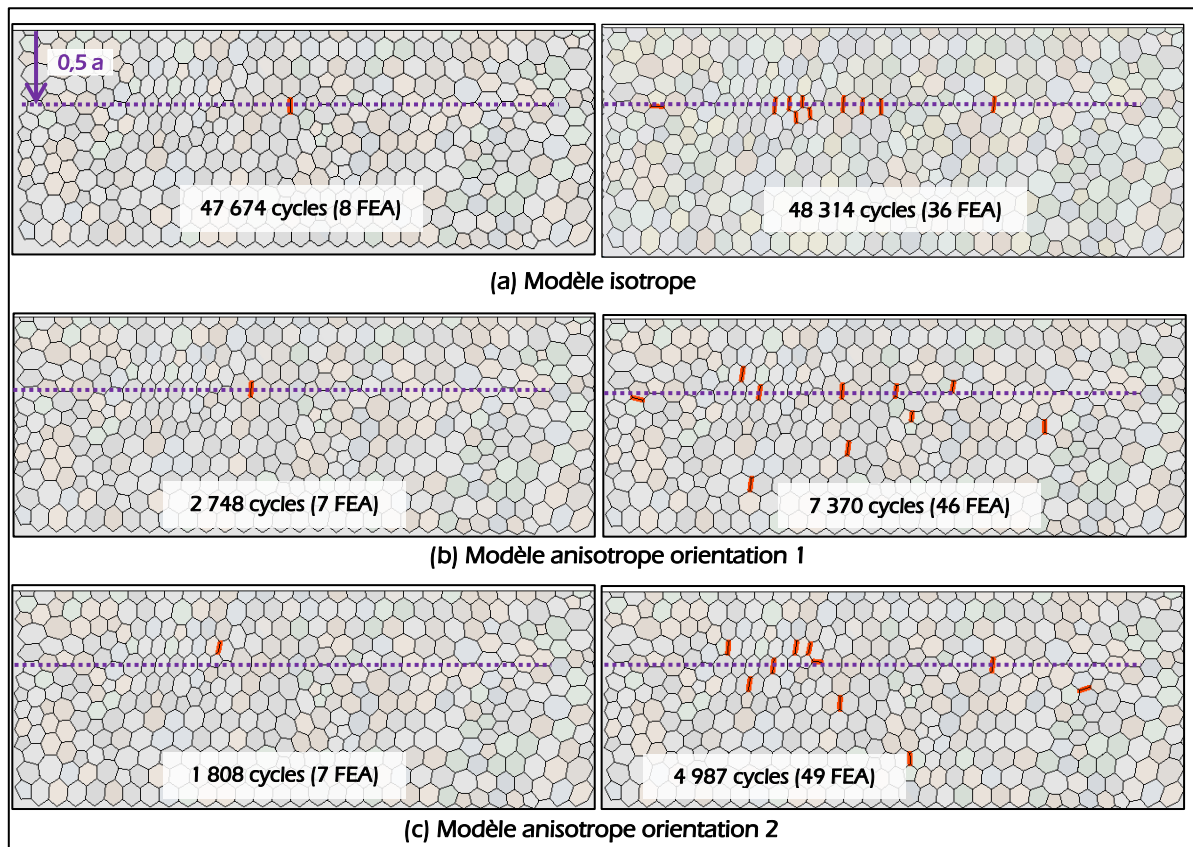


Figure 85 : Influence de l'anisotropie sur la distribution des micro-fissures

La prise en compte de l'anisotropie entraîne une zone d'apparition des premières micro-fissures plus étendue (moins localisée autour de la profondeur  $0,5a$ ). Cependant, comme dans le cas isotrope, les premières micro-fissures correspondent à des joints de grain orientés selon l'axe  $x$  (axe horizontal) ou l'axe  $y$  (axe vertical) ; le cisaillement intergranulaire est donc à peu près égal au cisaillement orthogonal  $\tau_{xy}$  pour ces joints de grain. L'anisotropie modifiant la distribution du cisaillement orthogonal (Figure 81), elle modifie donc de la même façon la localisation des premières micro-fissures.

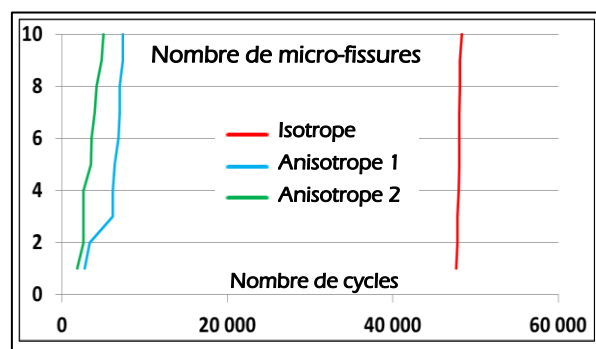


Figure 86 : Influence de l'anisotropie sur la durée de vie

L'anisotropie a également une très grande influence sur le nombre de cycles correspondant à l'apparition des premières micro-fissures (Figure 86). La diminution de la durée de vie avec un modèle anisotrope est directement liée à l'augmentation des contraintes, et en particulier à celle du cisaillement intergranulaire (Figure 83d).

La prise en compte de l'anisotropie des grains modifie donc la zone d'apparition des micro-fissures et la durée de vie, mais elle permet également d'augmenter la dispersion de ces résultats. En effet, en supposant le grain isotrope, la répartition des contraintes ne dépend pas de la représentation granulaire (au moins lors de la première FEA), et l'aspect aléatoire de l'apparition des premières micro-fissures ne dépend donc que la position et de la direction

des joints de grain. La prise en compte de l'anisotropie associée à une distribution aléatoire de l'orientation des grains augmente cet aspect aléatoire.

#### 1.3.4. Conclusion

L'implémentation d'un modèle élastique anisotrope au niveau des grains entraîne une hétérogénéité de la distribution des contraintes accompagnée d'une augmentation locale du niveau de ces contraintes qui présentent une singularité numérique au niveau des jonctions triples. Cette singularité numérique « s'ajoute » à celle engendrée par la présence des éléments cohésifs. L'approche consistant à considérer chaque joint de grain comme une unique entité et à utiliser la valeur moyenne du cisaillement intergranulaire pour l'évaluation du taux d'endommagement permet de s'affranchir de cette singularité numérique aux jonctions triples, et d'obtenir des résultats indépendants de la taille du maillage. Le modèle de comportement anisotrope peut donc être appliqué au modèle RCF.

La forte influence du modèle de comportement des grains sur les résultats (localisation des premières micro-fissures et durée de vie) montrent l'intérêt de l'utilisation d'un modèle de comportement anisotrope dans le modèle RCF.

L'introduction de l'anisotropie permet d'augmenter la représentativité du modèle au niveau du comportement des grains, mais conduit à des résultats encore plus éloignés de la réalité en ce qui concerne la durée de vie. La seconde partie de ce chapitre est consacrée à l'analyse de la modélisation de l'endommagement des joints de grain, et à l'analyse de l'influence de cette modélisation sur la durée de vie.



## 2. Analyse sur l'application de la mécanique de l'endommagement aux joints de grain

### 2.1. Définition d'un nouveau modèle d'endommagement

#### 2.1.1. Limite de la formulation initialement utilisée

Par analogie avec le cas de la mécanique des milieux continus, la variable d'endommagement a été appliquée sur la raideur tangentielle  $K_t$  des éléments cohésifs (éq. 16 page 59), avec une formulation identique à celle utilisée pour le module d'Young (éq. 15). L'analyse des 2 systèmes représentés sur la Figure 87 permet de mettre en évidence les limites de cette analogie ; il a été démontré (Chapitre II.2.1.4 page 71), que le comportement des éléments cohésifs entre deux grains peut être assimilé à celui du système de la Figure 87b.

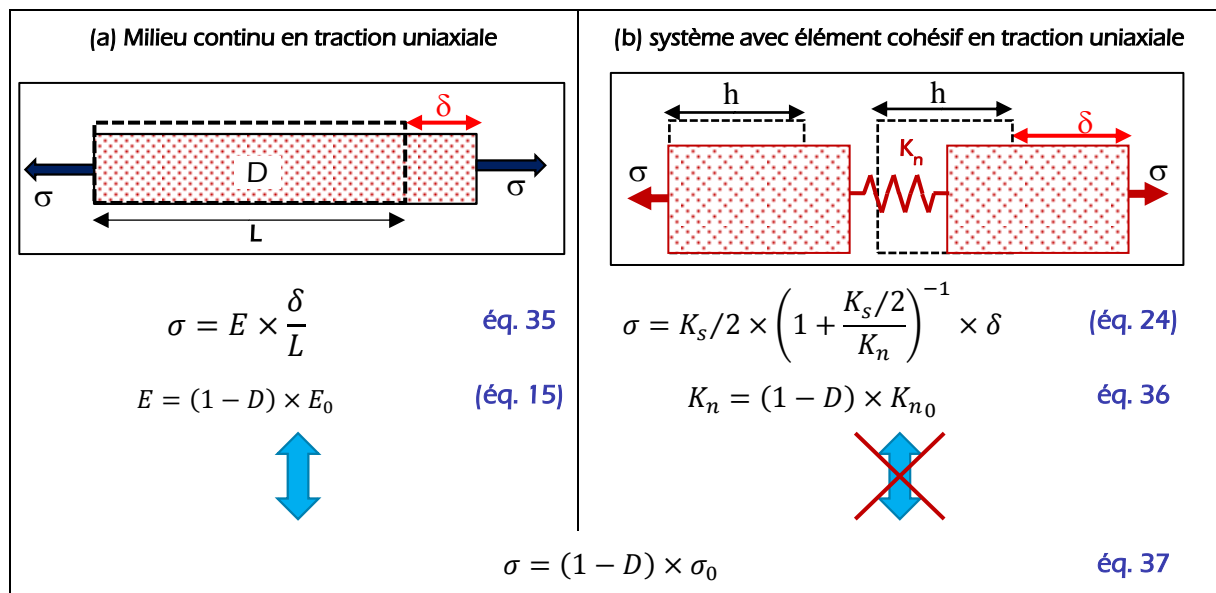


Figure 87 : Application de l'endommagement : comparaison système continu et système avec élément cohésif

Dans le cas de la mécanique des milieux continus 1D (Figure 87a), le module d'Young représente la constante de proportionnalité entre le déplacement et la contrainte (éq. 35), ce qui n'est pas le cas de la raideur cohésive  $K_n$  pour le système de la Figure 87b (éq. 24). L'application de l'endommagement sur la raideur cohésive (éq. 36) n'est donc pas équivalente à son application sur la contrainte transmise (éq. 37).

La courbe de la Figure 49b page 73 reprise sur la Figure 88 permet d'illustrer ce phénomène dans le cas du modèle RCF. Cette courbe représente le cisaillement intergranulaire transmis au joint de grain en fonction de la raideur tangentielle. Afin d'illustrer la très faible influence de l'endommagement sur le cisaillement intergranulaire, on peut prendre l'exemple d'un joint de grain endommagé à 99% ; la raideur tangentielle  $K_t$  associée à ce joint est 100 fois plus petite que la raideur tangentielle initiale  $K_{t0}$ , ce qui se traduit par une valeur du cisaillement transmis égale à 93% de celle du cisaillement transmis par le même joint non endommagé, ce qui semble physiquement peu réaliste.

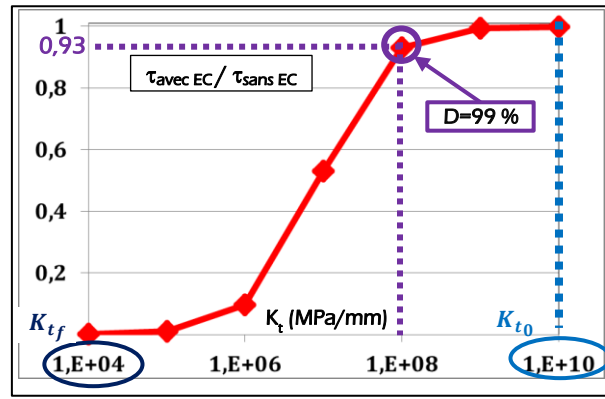


Figure 88 : Influence de l'endommagement sur le cisaillement transmis

### 2.1.2. Proposition d'une nouvelle approche

Avec l'approche initiale (application de l'endommagement directement sur la raideur), le cisaillement intergranulaire transmis est quasiment indépendant de l'endommagement du joint de grain. Une autre approche consiste à modéliser une influence directe de l'endommagement sur le cisaillement intergranulaire (éq. 38). Dans cette équation,  $\tau_0$  représente cisaillement transmis par un joint non endommagé et  $\tau$  le cisaillement transmis par un joint endommagé.

$$\tau = (1 - D) \times \tau_0 \quad \text{éq. 38}$$

Cependant, l'endommagement ne peut pas être appliqué directement sur le cisaillement intergranulaire qui n'est pas une donnée d'entrée des éléments cohésifs ; l'endommagement doit être appliqué sur la caractéristique des éléments cohésifs, c'est-à-dire sur leur raideur tangentielle. Les courbes de la Figure 49b page 73 montrent que l'approche analytique simplifiée utilisée précédemment (Chapitre II.2.1.2 page 67 ou Figure 87b) est représentative du comportement du modèle RCF. La relation établie pour ce modèle simplifiée (éq. 24) peut donc être utilisée pour exprimer le cisaillement intergranulaire transmis au niveau du joint de grain en fonction de la raideur tangentielle des éléments cohésifs, dans le cas d'un joint de grain (i) non endommagé (éq. 39a), et (ii) endommagé (éq. 39b).

$$(a) \quad \tau_0 = K_s/2 \times \left(1 + \frac{K_s/2}{K_{t0}}\right)^{-1} \times \delta \quad (b) \quad \tau = K_s/2 \times \left(1 + \frac{K_s/2}{K_t}\right)^{-1} \times \delta \quad \text{éq. 39}$$

$$K_t = K_{t0} \times \frac{1 - D}{1 + D \times K_{t0}/(K_s/2)} \quad \text{éq. 40}$$

$$\text{Démonstration éq. 40 : } \tau/\tau_0 = (1 - D) = \frac{1 + \frac{K_s/2}{K_{t0}}}{1 + \frac{K_s/2}{K_t}} \Rightarrow 1 + \frac{K_s/2}{K_t} = \frac{1 + \frac{K_s/2}{K_{t0}}}{1 - D} \Rightarrow \frac{K_s/2}{K_t} = \frac{1 + \frac{K_s/2}{K_{t0}}}{1 - D} - 1 \Rightarrow K_t = K_{t0} \times \frac{1 - D}{1 + D \times \frac{K_{t0}}{K_s/2}}$$

L'utilisation de cette formulation (éq. 39) permet de modéliser une influence directe de l'endommagement sur le cisaillement (éq. 38) par application sur la raideur tangentielle (éq. 40). La formulation finalement utilisée (éq. 41) tient compte de la raideur non nulle  $K_{tf}$  dans le cas d'un endommagement égal à 1.

$$K_t = K_{t0} \times (1 - D) \times \frac{1}{1 + D \times K_{t0}/(K_s/2)} + D \times K_{tf} \quad \text{éq. 41}$$

Dans la suite de ce travail, la formulation initiale (éq. 27) sera appelée « endommagement appliqué sur la raideur », et la formulation précédente (éq. 41) sera appelée « endommagement appliqué sur le cisaillement ». L'influence de l'endommagement

sur la raideur et sur le cisaillement transmis pour chacune de ces deux formulations est résumée sur la Figure 89.

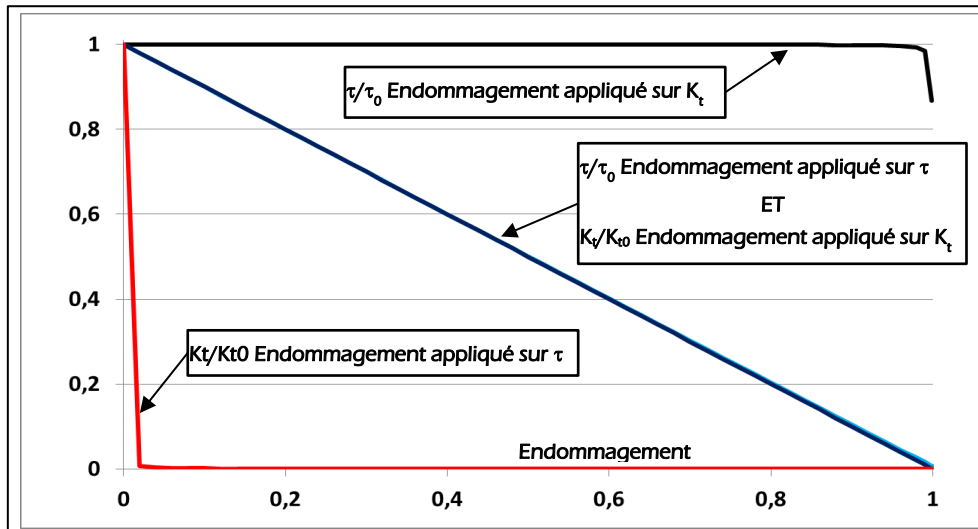


Figure 89 : Influence de l'endommagement sur le cisaillement transmis et sur la raideur

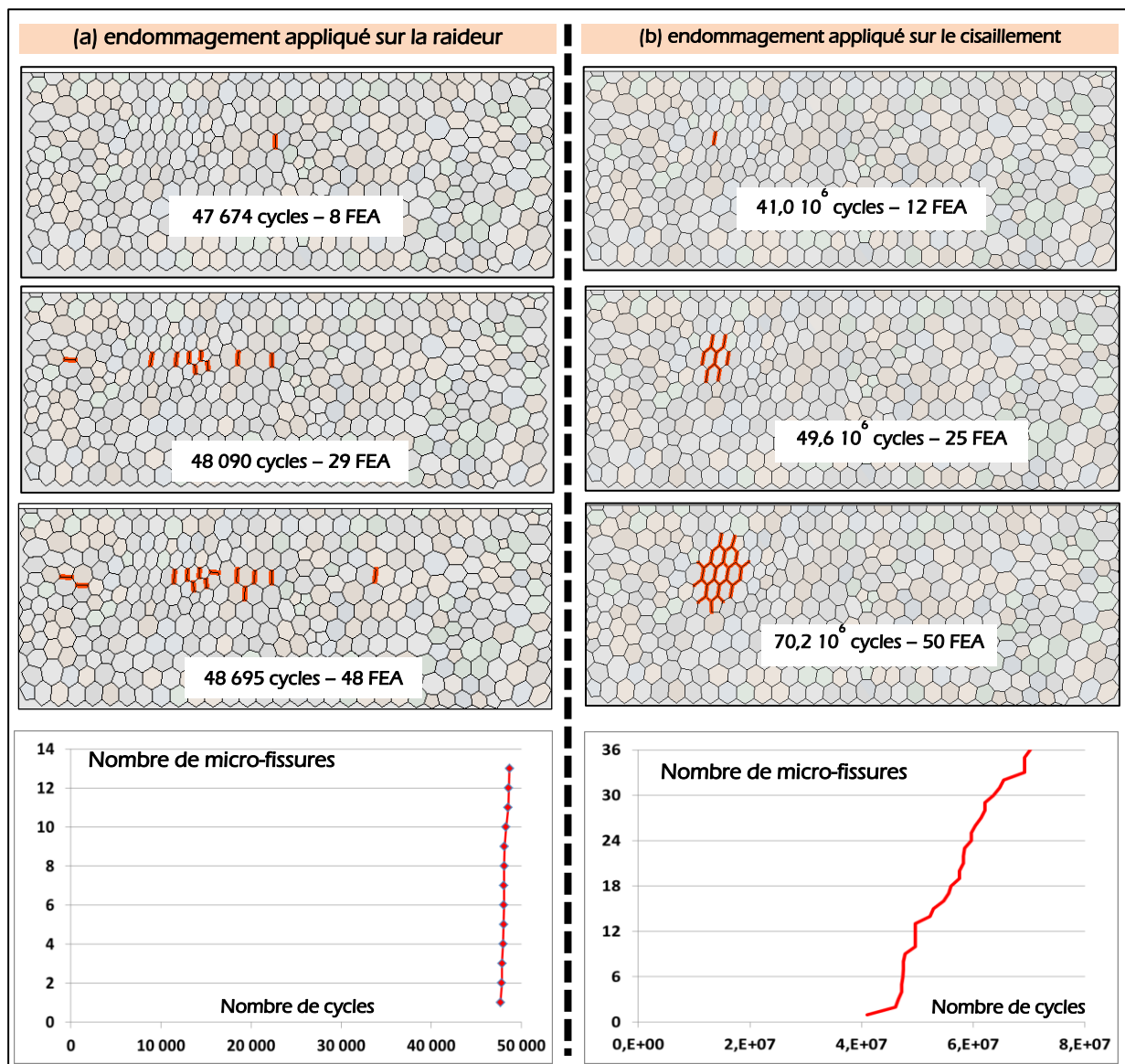
## 2.2. Influence du modèle d'endommagement : cas du modèle à grains isotropes

Afin d'analyser l'influence du mode d'application de l'endommagement sur les résultats du modèle RCF, le comportement des grains est considéré comme élastique **isotrope** dans ce paragraphe, l'objectif étant de se focaliser sur le mode d'application de l'endommagement. Les autres caractéristiques du modèle sont celles définies au Chapitre II.2.3.1 page 83.

L'influence de la taille du maillage, de l'incrément d'endommagement  $\Delta D$ , et de la discrétisation spatiale  $N_{sub}$ , est donnée en annexe (annexe F page 148). Les valeurs du modèle de base (maillage de 4 éléments le long de chaque joint de grain, découpage de la longueur balayée  $N_{sub} = 48$ ) permettent une précision suffisante. L'influence du paramètre  $\Delta D$  est analysée dans la troisième section de ce paragraphe.

### 2.2.1. Résultats du modèle RCF : distribution des micro-fissures et durée de vie

L'influence du mode d'application de l'endommagement sur la distribution des micro-fissures et sur la durée de vie est illustrée sur la Figure 90.



**Figure 90 : Influence du mode d'application de l'endommagement sur l'apparition des micro-fissures**

Concernant la distribution des micro-fissures, dans le cas d'un endommagement appliqué sur le cisaillement, la première micro-fissure reste localisée dans la zone du cisaillement orthogonal maximal. La principale différence avec le cas d'un endommagement appliqué sur la raideur concerne la localisation des micro-fissures suivantes : celles-ci restent localisées autour de la première micro-fissure et une coalescence entre les différentes micro-fissures est observée après un certain nombre de cycles.

D'autre part, on observe que la durée de vie est également fortement modifiée par le mode d'application de l'endommagement. Les différences concernent l'évolution du nombre de cycles entre l'apparition de différentes micro-fissures et surtout l'ordre de grandeur de ce nombre de cycles qui augmente fortement dans le cas d'un endommagement appliqué sur le cisaillement.

### 2.2.2. Influence du modèle d'endommagement sur le cisaillement intergranulaire

Afin de comprendre l'influence du mode d'application de l'endommagement sur les résultats précédents (Figure 90), l'évolution du cisaillement intergranulaire après la première simulation est analysée sur deux joints de grain particuliers. Ces deux joints de grain correspondent à la première micro-fissure pour chacune des deux méthodes : joint A pour un endommagement appliqué sur le cisaillement et joint B pour un endommagement appliqué sur la raideur (Figure 91a).

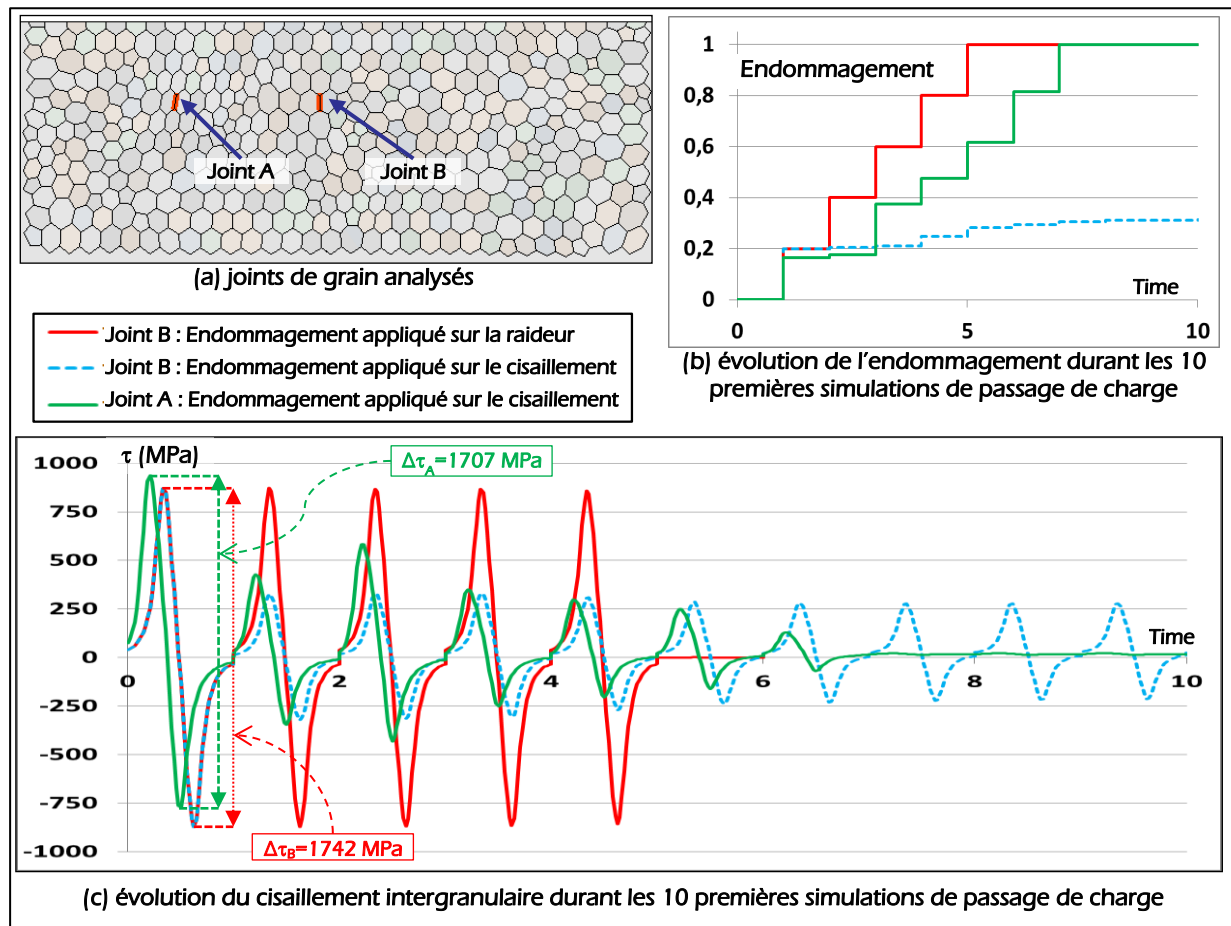


Figure 91 : Influence de la méthode d'application de l'endommagement sur l'évolution du cisaillement intergranulaire

Les courbes de la Figure 91c représentent l'évolution du cisaillement intergranulaire (moyenne le long du joint de grain) transmis lors des 10 premières simulations du passage de la charge (FEA 1 à FEA 10). Les points décrits ci-après peuvent être mis en avant.

- Lors de la première simulation (de Time=0 à Time=1), l'amplitude de cisaillement ( $\Delta\tau$ ) du joint B (1742 MPa) est légèrement plus grande que celle du joint A (1707 MPa). L'incrément d'endommagement maximum  $\Delta D$  ( $\Delta D = 0,2$  dans cet exemple) est donc appliqué à ce joint, la variation d'endommagement appliquée au joint B étant légèrement plus faible (Figure 91b).
- Lorsque l'approche consistant à appliquer l'endommagement sur la raideur est utilisée, l'évolution du cisaillement transmis n'est pas modifiée par l'endommagement, ce qui était prévisible d'après la courbe de la Figure 88. Après 5 simulations, l'endommagement du joint B atteint la valeur 1, le joint est donc considéré comme une micro-fissure, et le cisaillement transmis devient nul lors de la sixième simulation.
- L'utilisation de la seconde approche entraîne une modification de l'évolution du cisaillement intergranulaire à chaque simulation, et la première micro-fissure ne correspond pas forcément au joint de grain subissant l'endommagement maximum lors de la première simulation.

En conclusion, dans le cas d'un endommagement appliqué sur la raideur, tant que le joint de grain n'est pas totalement endommagé ( $D < 1$ ), la valeur du cisaillement intergranulaire n'est pas modifiée par l'endommagement, donc le critère d'endommagement  $\Delta\tau$  reste constant. Ce phénomène permet d'expliquer :

- l'influence du paramètre  $\Delta D$  (paragraphe 2.2.3),
- la répartition des micro-fissures et la durée de vie obtenues (paragraphe 2.2.4).

## 2.2.3. Conséquence sur l'influence du paramètre $\Delta D$

### 2.2.3.1. Endommagement appliqué sur la raideur

Dans le cas d'un endommagement appliqué à la raideur, le cisaillement intergranulaire n'est quasiment pas modifié par l'endommagement ; le comportement du joint de grain correspondant à la première micro-fissure (joint B de la Figure 91a) est donc identique à celui du système simplifié ( $\Delta\tau=C^{\text{st}}$ ) étudié au Chapitre II.1.2.4.2 page 63.

Les courbes représentant l'évolution de l'endommagement de ce joint de grain pour différentes valeurs du paramètre  $\Delta D$  (Figure 92b) sont effectivement identiques à celles obtenues dans le cas du système simplifié (Figure 39 page 65). Or ces courbes (Figure 39) montrent bien qu'un incrément d'endommagement beaucoup plus faible que ceux utilisés dans le modèle RCF est nécessaire pour obtenir une estimation « correcte » du nombre de cycles correspondant à un endommagement égal à 1, donc à l'apparition de la première micro-fissure.

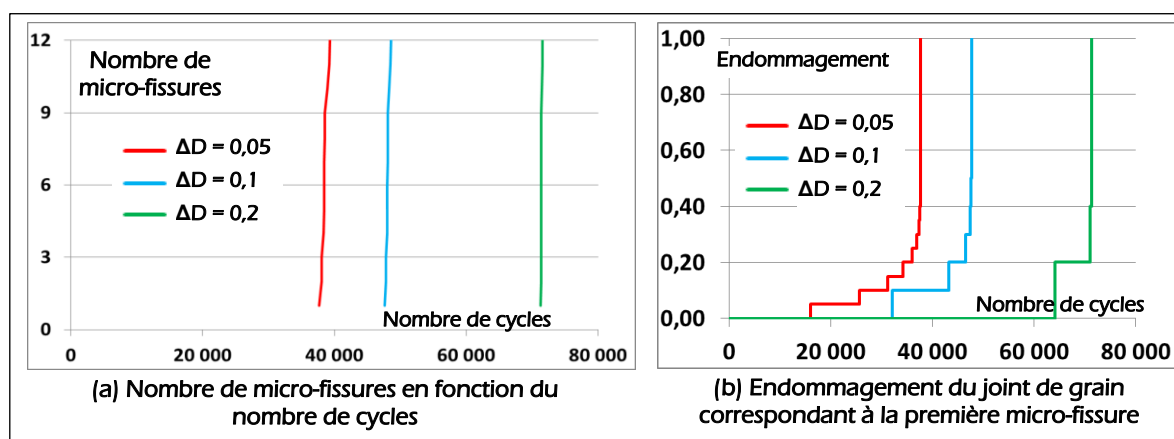


Figure 92 : Influence de l'incrément d'endommagement (endommagement appliqué sur la raideur)

### 2.2.3.2. Endommagement appliqué sur le cisaillement

En utilisant l'approche endommagement appliqué sur le cisaillement, l'influence du paramètre  $\Delta D$  sur la durée de vie est beaucoup plus faible (Figure 93), et la valeur initiale ( $\Delta D=0,1$ ) permet une bonne estimation de cette durée de vie. Une analyse plus approfondie sur la faible influence de ce paramètre est donnée en annexe (annexe G page 151).

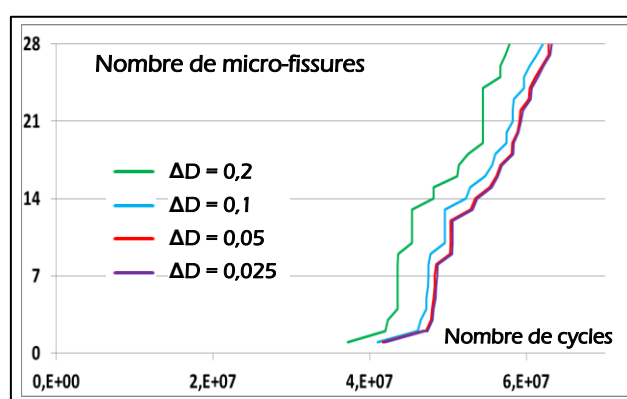


Figure 93 : Influence de l'incrément d'endommagement  $\Delta D$  (endommagement appliqué sur  $\tau$ )

## 2.2.4. Conséquence sur la distribution des micro-fissures et sur la durée de vie

La localisation des premières micro-fissures dans le cas isotrope et endommagement appliqué sur la raideur (modèle initial), peut se justifier à partir des 2 points suivants :

1. Lors de la première simulation du passage de la charge (FEA 1, modèle non endommagé), tous les joints de grain situés dans la zone du cisaillement orthogonal maximal et ayant une orientation proche de l'horizontale ou de la verticale subissent



quasiment le même critère d'endommagement  $\Delta\tau$  (aucun défaut ou hétérogénéité n'est pris en compte dans le modèle actuel isotrope).

2. La valeur du cisaillement intergranulaire n'est quasiment pas modifiée par l'endommagement. Pour chacun de ces joints de grain, le critère d'endommagement  $\Delta\tau$  est donc quasiment constant durant les premières FEA.

Les deux points énoncés précédemment permettent de conclure que pour tous les joints de grain situés dans la zone du cisaillement orthogonal maximal et ayant une orientation proche de l'horizontale ou de la verticale, l'endommagement évolue de façon similaire et atteint donc la valeur 1 pour un nombre de cycle comparable.

Après l'apparition de la première micro-fissure, le champ de contrainte est localement modifié autour de cette micro-fissure, ce qui devrait donc favoriser l'apparition des micro-fissures suivantes dans cette zone, ce qui n'est pas le cas. En effet, l'endommagement de tous les joints de grain ayant la même localisation et la même orientation, a évolué de façon similaire à celui de la première micro-fissure et atteint donc la valeur 1 très rapidement après la première micro-fissure. Ceci explique la très faible évolution du nombre de cycles entre l'apparition des différentes micro-fissures (Figure 59 et Figure 60 page 84). Cette rupture quasi simultanée de ces différents joints de grain (Figure 59 page 84) « masque » donc l'effet local de la première micro-fissure, et empêche la coalescence des micro-fissures autour du premier joint de grain cassé.

Lorsque l'endommagement est appliqué sur le cisaillement, le cisaillement intergranulaire, donc le critère d'endommagement évolue après chaque simulation de passage de charge (Figure 91c). Il se produit donc bien un phénomène de couplage entre l'endommagement et l'état de contrainte, ce qui se traduit par une localisation des micro-fissures suivants autour de la première micro-fissure (Figure 90b).

### 2.2.5. Conclusion – choix d'un modèle d'endommagement

Le modèle d'endommagement initial ne paraît donc pas adapté au modèle développé, notamment pour les deux raisons suivantes :

- en utilisant ce modèle, tous les joints de grain identiques (même localisation et même orientation) s'endommagent de la même façon et atteignent donc la rupture pour des nombres de cycles très proches (Figure 90a). De plus, pour chaque joint de grain, le critère d'endommagement  $\Delta\tau$  n'évolue pas après chaque simulation du passage de la charge (FEA). La connaissance du critère d'endommagement maximal après la première simulation (FEA 1) permet donc de déterminer analytiquement (éq. 19) la durée de vie du joint correspondant, et donc celle de tous les joints identiques (même localisation et même orientation). Le couplage endommagement-contraintes n'existe donc pas (au moins jusqu'à l'apparition des premières micro-fissures) avec ce modèle d'endommagement, et la simulation de plusieurs passages de charge devient inutile.
- Les résultats en termes de répartition de micro-fissures et surtout de durée de vie ne sont pas en adéquation avec les résultats expérimentaux. Il est difficile de comparer la durée de vie obtenue avec le modèle à des résultats expérimentaux car ceux-ci sont fortement dépendants de nombreux paramètres qui n'ont pas encore été pris en compte dans le modèle. Néanmoins, l'introduction du nouveau modèle d'endommagement permet d'obtenir des durées de vie d'un ordre de grandeur (quelques dizaines de millions de cycles) beaucoup plus cohérent avec les résultats expérimentaux.

Le nouveau modèle d'application de l'endommagement sera donc conservé pour la suite de ce travail, et associé dans le prochain paragraphe à la modélisation de l'anisotropie cristalline.



### 2.3. Application sur le modèle RCF à grains anisotropes

Le modèle d'endommagement appliqué sur le cisaillement est associé à la modélisation anisotrope des grains. Les résultats obtenus pour deux distributions différentes de l'orientation de ces grains sont comparés à ceux obtenus avec un modèle à grains isotropes.

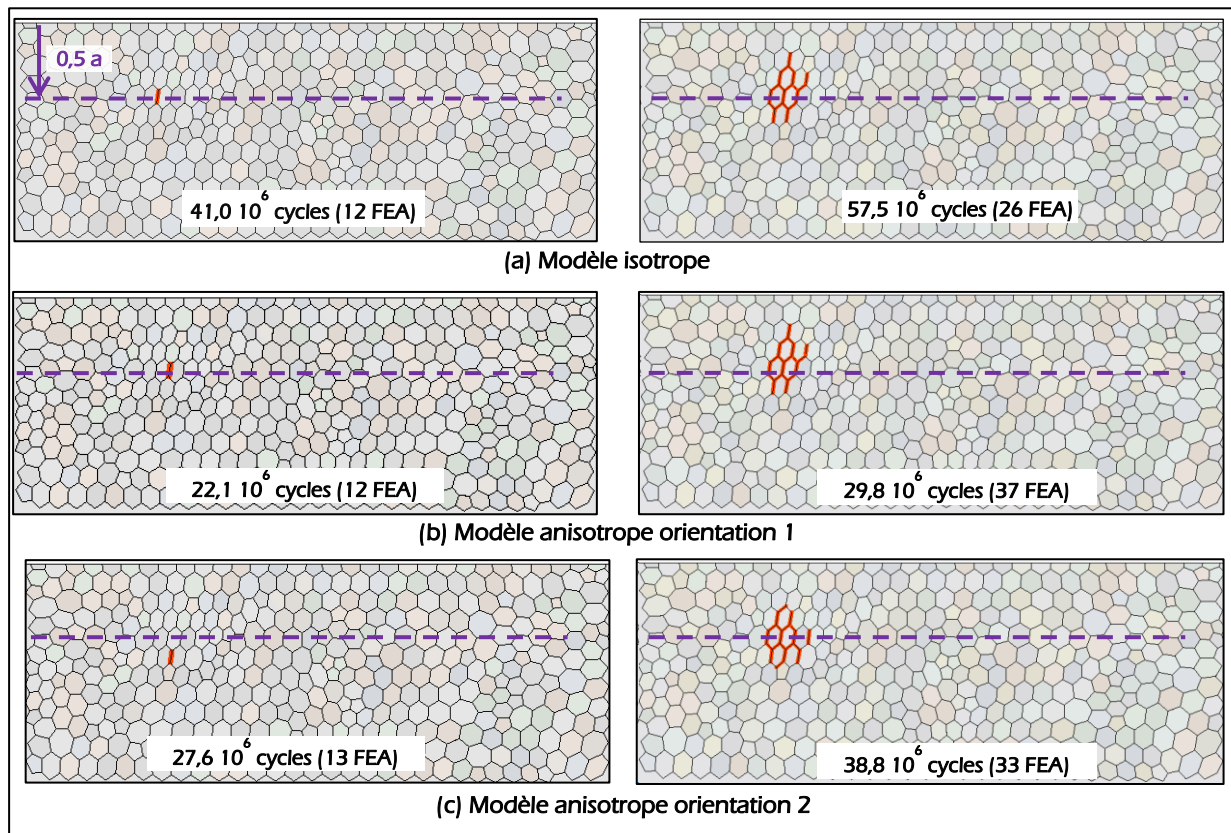


Figure 94 : Distribution des micro-fissures : influence de l'anisotropie (endommagement appliqué sur  $\tau$ )

La localisation des premières micro-fissures est donnée sur la Figure 94. En fonction de l'orientation des grains, la localisation de la première micro-fissure (Figure 94c) peut être plus éloignée de la zone du cisaillement orthogonal maximal. La modélisation de l'anisotropie modifie en effet la distribution des contraintes sous la pression de Hertz (Figure 81). Les micro-fissures suivantes restent localisées autour de cette première micro-fissure.

L'influence de l'anisotropie sur la durée de vie est illustrée sur la Figure 95. Pour les deux modes d'application de l'endommagement, la prise en compte du comportement anisotrope des grains diminue la durée de vie donnée par le modèle. Ce résultat est directement lié à l'augmentation des contraintes due à la prise en compte de l'anisotropie cristalline.

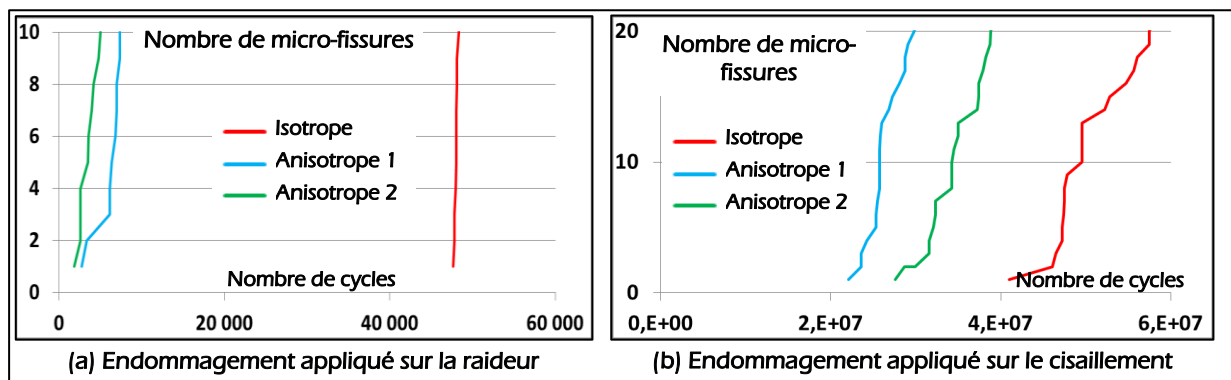


Figure 95 : Influence de l'anisotropie sur la durée de vie



# Conclusions et perspectives

## 1. Conclusion

L'objectif de cette étude consiste à développer un modèle numérique permettant de contribuer à une meilleure compréhension des différents mécanismes d'endommagement en fatigue de contact. Ce modèle doit également permettre à terme de prédire la durée de vie d'un composant jusqu'à l'initiation d'une macro-fissure.

Le choix de se focaliser sur la phase d'initiation du processus de rupture et la volonté d'analyser l'influence de la microstructure du matériau ont conduit à développer un modèle à l'échelle mésoscopique avec une représentation géométrique de type Voronoi de cette microstructure. Afin de simuler la détérioration progressive de la structure, le concept d'endommagement est appliqué à cette échelle mésoscopique aux joints de grains. Ces joints de grain sont modélisés par des éléments cohésifs.

La première étape de ce projet a consisté à construire un premier modèle mettant en œuvre ces concepts de modélisation. Ce modèle a été réalisé avec des hypothèses volontairement simplificatrices (Chapitre I.3.3. page 40 et Figure 12 reprise sur la Figure 96). Ce premier modèle a permis une meilleure compréhension du fonctionnement numérique des éléments cohésifs notamment en ce qui concerne les deux points développés ci-dessous.

- L'analyse de l'influence des raideurs cohésives a permis (i) de définir des valeurs à attribuer aux raideurs initiales, et (ii) de montrer la similitude entre le comportement du modèle développé et celui d'un système simplifié dont le comportement peut être décrit de façon analytique.
- L'insertion d'éléments cohésifs engendre l'apparition d'une singularité aux jonctions triples. Cette singularité semble inévitable, mais l'approche consistant à considérer le joint de grain comme une unique entité, et donc à utiliser des valeurs moyennes le long du joint de grain permet de s'affranchir de cette singularité (indépendance par rapport au maillage).

En ce qui concerne les résultats obtenus avec ce premier modèle, ceux-ci peuvent être considérés comme encourageants compte tenu des hypothèses effectuées. Si les durées de vie obtenues sont très éloignées de celles observées, la localisation des micro-fissures est quant à elle conforme aux observations. Le développement du modèle s'est donc poursuivi par l'introduction de deux modifications.

La première modification apportée à ce modèle a été la prise en compte de l'anisotropie des grains avec un modèle de comportement de type élasticité cubique. L'étude d'un agrégat polycristallin (VER) a montré que les paramètres matériau utilisés à l'échelle du grain étaient bien représentatifs d'un acier à l'échelle macroscopique. L'application de ce comportement au modèle RCF a engendré l'apparition d'une nouvelle singularité aux jonctions triples. Cependant, comme dans le cas de la singularité générée par les éléments cohésifs, l'utilisation de valeurs moyennes le long du joint de grain pour calculer l'endommagement permet une nouvelle fois d'obtenir des résultats indépendants de la taille du maillage.

La deuxième modification apportée au modèle initial concerne l'application de l'endommagement aux joints de grain. La méthode initiale d'application de l'endommagement directement sur la raideur cohésive conduit à une très faible influence de cet endommagement sur le cisaillement intergranulaire. L'analyse précédemment menée sur l'influence de la raideur cohésive a permis de proposer une formulation conduisant à une influence directe de l'endommagement sur le cisaillement intergranulaire.

Cette dernière modification a entraîné (i) une modification de la distribution des micro-fissures, avec apparition d'une coalescence entre les différentes micro-fissures, et (ii) une forte augmentation de la durée de vie estimée par le modèle. Les nombres de cycles correspondant à l'apparition des premières micro-fissures sont d'un ordre de grandeur comparable à ceux donnés par l'expérience.

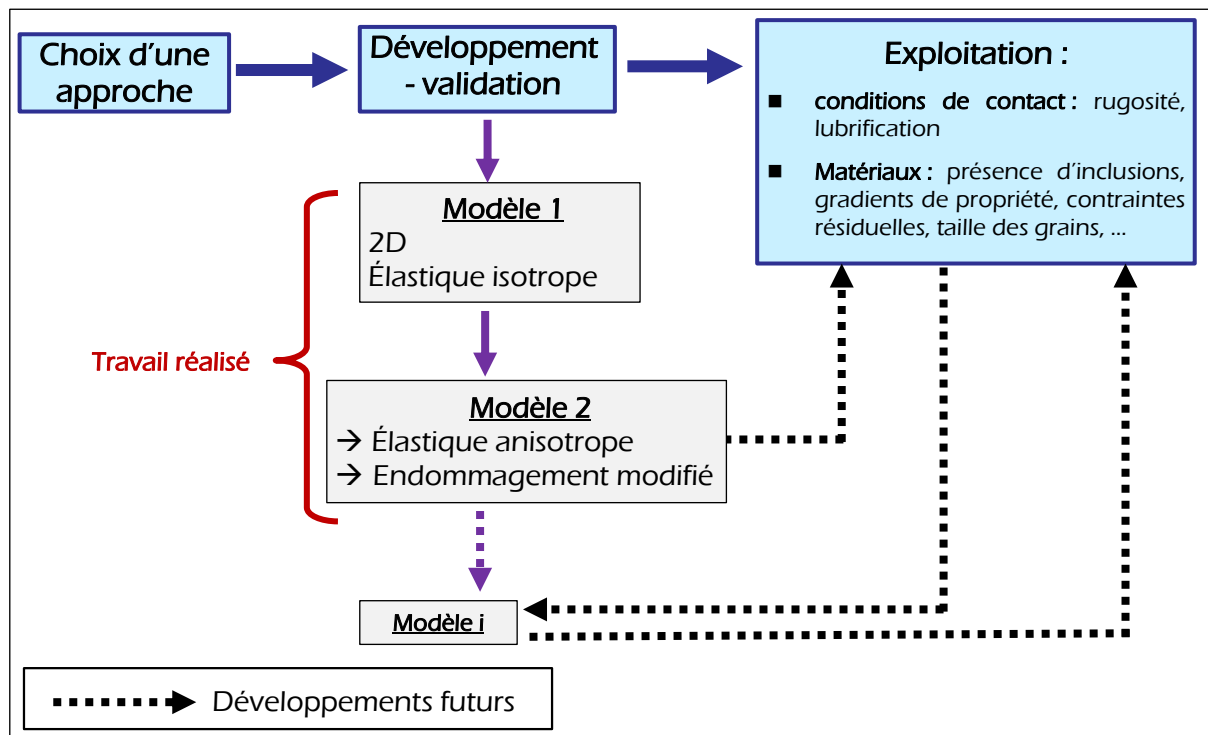


Figure 96 : Démarche de développement du modèle : rappel pour conclusions et perspectives

## 2. Perspectives

La suite de cette étude peut être envisagée suivant deux axes : la poursuite de la phase de développement du modèle actuel et son exploitation (Figure 96).

### 2.1. Développement

Certaines hypothèses utilisées dans le modèle actuel peuvent paraître encore trop restrictives et certains choix de modélisation restent à valider ou à affiner, ce qui rend nécessaire la poursuite de la phase de développement du modèle actuel.

Parmi les hypothèses restrictives, on peut citer la modélisation des grains par un comportement purement élastique. Les mécanismes d'endommagement en fatigue sont très souvent accompagnés de déformations plastiques. Ces déformations plastiques sont macroscopiques dans le cas de la fatigue oligocyclique ou localisées à l'échelle des grains dans le cas de la fatigue à grand nombre de cycles. L'introduction d'un modèle de comportement plastique constituerait donc une amélioration intéressante du modèle.

L'application du concept d'endommagement aux joints de grain constitue un exemple de choix de modélisation pouvant faire l'objet d'une étude plus approfondie. Les paramètres matériau de la loi d'endommagement ont été déduits de résultats d'essais de torsion ; ce sont donc des paramètres macroscopiques. L'utilisation de tels paramètres à une échelle mésoscopique peut donc être remise en cause. Le critère d'endommagement est actuellement basé uniquement sur le cisaillement intergranulaire et indépendant de la pression de contact. L'influence de cette pression de contact peut donc être étudiée.

Concernant la modélisation de l'endommagement, une évolution possible est de baser le critère d'endommagement non plus sur le cisaillement intergranulaire, mais sur une quantité liée aux déformations plastiques, telle que la déformation plastique cumulée. Cette approche permettrait de rendre plus physique l'approche proposée (la déformation plastique cumulée est souvent considérée comme un indicateur du taux de dislocations).

Enfin, le passage à un modèle 3D reste un axe de développement fortement souhaitable.

## 2.2. Exploitation

L'objectif final du projet est de simuler et de comprendre l'influence des paramètres liés aux conditions de contact et aux matériaux sur les mécanismes d'endommagement et sur la durée de vie. La démarche suivie a conduit à développer un modèle correspondant à un cas « parfait » (conditions de contact et matériaux). La phase d'exploitation consiste à utiliser le modèle dans une configuration la plus proche possible des conditions réelles rencontrées en fatigue de contact. Un certain nombre de modifications pouvant être apportées dans cet objectif sont listées ci-dessous :

- modification de la pression de contact appliquée pour modéliser d'autres conditions de contact,
- modification de la taille des grains,
- modélisation de contraintes résiduelles, d'inclusions, de gradients de propriétés, ...

## 2.3. Remarque

Le modèle actuel pouvant encore être développé, il peut sembler logique de poursuivre la phase de développement dans un premier temps.

Cependant, les deux modifications apportées au modèle initial lui apportent une meilleure représentativité en termes de modélisation du matériau (anisotropie) et conduisent à des résultats plus proches de l'expérience (modification de l'endommagement). La phase d'exploitation peut donc être initiée sur ce modèle actuel, avant, ou simultanément à la poursuite de son développement. Cette phase d'exploitation, et l'introduction de « défauts » sur ce modèle actuel présentent l'intérêt de mettre éventuellement en évidence certaines limites de ce modèle qui n'apparaissent pas dans la configuration idéale.

## 3. Conclusion personnelle

Lors de mes premières discussions avec Fabrice Ville, j'avais quelques doutes sur l'intérêt industriel de nouveaux travaux sur les roulements et sur les engrenages (des composants qui tournent déjà depuis quelques années !). Ma participation à un certain nombre de congrès fortement orientés métier (*Society of Tribologists and Lubrication Engineers Annual Meeting and Exhibition* en 2013 et en 2014 et *international gear conference* en 2014) avec la présence d'un grand nombre d'industriels a totalement effacé ces doutes : la fatigue de contact reste un sujet d'actualité avec des attentes toujours très fortes. La poursuite du développement du modèle présenté, et son utilisation dans des configurations réelles permettraient sans aucun doute d'apporter des éléments de réponse à ces attentes.

D'un point de vue plus personnel, mon implication dans de nombreux travaux industriels depuis presque vingt ans m'a permis de découvrir de nombreux secteurs d'activités (énergie, transport, médical, ...) et d'utiliser la simulation numérique pour des matériaux (métaux, céramiques, élastomères) et des applications (fatigue, vibrations, couplage thermo mécanique) très variés. La diversité de ces travaux constitue une source d'illustrations riche pour mon activité d'enseignement (cours de calcul des structures en 3<sup>ème</sup> année du cycle ingénieur arts et métiers) et présente l'intérêt d'une activité variée mais avec parfois la frustration de ne pas pouvoir approfondir certains sujets.

La réalisation de ce travail de thèse a été l'occasion de découvrir et surtout d'approfondir un certain nombre de domaines tels que l'approche microstructure, le dimensionnement en fatigue et le concept d'endommagement, ou enfin l'utilisation de modèles à zones cohésives. Cela m'a permis d'avoir une meilleure vision d'ensemble de l'aspect défaillance et dimensionnement en fatigue ainsi que des différentes stratégies de modélisation associées à ce dimensionnement (mécanique de l'endommagement, mécanique de la rupture, approche multi-échelle). Ces travaux ont également été l'occasion pour moi, plutôt mécanicien, de découvrir (je devrais plutôt dire redécouvrir !), l'approche plus orientée science des matériaux (dislocations, structure cristalline, ferrite, traitements de surface, ...) ; cela permettra une

meilleure transversalité avec un autre axe de recherche de l'ECAM Lyon portant sur la modification structurale des matériaux.

Ces travaux associés à la découverte d'autres thèmes de recherche lors de ma participation à différents congrès constituent également une source d'illustration supplémentaire pour mon activité d'enseignement, et me permettront, j'espère, de convaincre les étudiants, de l'intérêt industriel de la recherche, notamment dans le domaine de la mécanique, et pourquoi pas de faire naître quelques vocations.

En conclusion, ces trois années passées sur ce projet ayant été très enrichissantes pour moi et compte tenu des nombreuses perspectives de développement du modèle, et des attentes industrielles en fatigue de contact, j'espère donc vivement pouvoir poursuivre le développement de ce modèle.

## Références bibliographiques

- [1] G. Lundberg and A. Palmgren, "Dynamic Capacity of Roller Bearings," *Acta Polytech. Scand. Mech. Eng. Ser.*, vol. 1, no. 3, pp. 1–52, 1947.
- [2] A. Ruellan, F. Ville, X. Kleber, A. Arnaudon, and D. Girodin, "Understanding white etching cracks in rolling element bearings: The effect of hydrogen charging on the formation mechanisms," *Proc. Inst. Mech. Eng. Part J J. Eng. Tribol.*, vol. 0, no. 0, pp. 1–16, 2014.
- [3] M.-H. Evans, "White structure flaking (WSF) in wind turbine gearbox bearings: effects of 'butterflies' and white etching cracks (WECs)," *Mater. Sci. Technol.*, vol. 28, no. 1, pp. 3–22, Jan. 2012.
- [4] B. Trollé, M.-C. Baietto, A. Gravouil, S. H. Mai, and B. Prabel, "2D fatigue crack propagation in rails taking into account actual plastic stresses," *Eng. Fract. Mech.*, vol. 123, pp. 163–181, Jun. 2014.
- [5] SNCF, "Avancées," pp. 22–23, 2014.
- [6] G. Baratto, J. J. Guérin, J. Mongis, C. Tournier, and A. Vieu, *Analyse morphologique des défaillances d'organes de machines*. CETIM, 1996.
- [7] P. Kapsa and M. Cartier, "Usure des contacts mécaniques - Manifestations de l'usure." 2001.
- [8] G. Inglebert, T. Da Silva Botelho, and I. Lemaire Caron, "Théorie du contact de Hertz - Contacts ponctuels ou linéiques," *Techniques de l'ingénieur*, vol. 33, no. 0. .
- [9] A. V Olver, "The Mechanism of Rolling Contact Fatigue: An Update," *Proc. Inst. Mech. Eng. Part J J. Eng. Tribol.*, vol. 219, no. 5, pp. 313–330, Jun. 2005.
- [10] Y. Ding and N. F. Rieger, "Spalling formation mechanism for gears," *Wear*, vol. 254, no. 12, pp. 1307–1317, Nov. 2003.
- [11] R. Tricot, "Influence des Paramètres Métallurgiques sur les Phénomènes de Fatigue de Contact en Roulement-glisement des Roulements et Engrenages," *Rev. métallurgie*, pp. 385–411, 1976.
- [12] C. Santus, M. Beghini, I. Bartilotta, and M. Facchini, "Surface and subsurface rolling contact fatigue characteristic depths and proposal of stress indexes," *Int. J. Fatigue*, vol. 45, pp. 71–81, Dec. 2012.
- [13] E. E. Magel, "Rolling Contact Fatigue: A Comprehensive Review," 2011.
- [14] N. Soda and T. Yamamoto, "Effect of Tangential Traction and Roughness on Crack Initiation/Propagation During Rolling Contact," *ASLE Trans.*, vol. 25, no. 198–206, pp. 1–5,



2014.

- [15] I. A. Polonsky, T. P. Chang, L. M. Keer, and W. D. Sproul, "An analysis of the effect of hard coatings on near-surface rolling contact fatigue initiation induced by surface roughness," *Wear*, vol. 208, no. 1–2, pp. 204–219, 1997.
- [16] G. E. Morales-Espejel, P. M. Lugt, J. Van Kuilenburg, and J. H. Tripp, "Effects of Surface Micro-Geometry on the Pressures and Internal Stresses of Pure Rolling EHL Contacts," *Tribol. Trans.*, vol. 46, no. 2, pp. 260–272, 2003.
- [17] Y. Wang, J. E. Fernandez, and D. G. Cuervo, "Rolling-contact fatigue lives of steel AIS152100 balls with eight mineral and synthetic lubricants," *we*, vol. 196, pp. 110–119, 1996.
- [18] E. Querlioz, F. Ville, H. Lenon, and T. Lubrecht, "Experimental investigations on the contact fatigue life under starved conditions," *Tribol. Int.*, vol. 40, no. 10–12, pp. 1619–1626, Oct. 2007.
- [19] M. Meheux, C. Minfray, F. Ville, T. L. Mogne, a a Lubrecht, J. M. Martin, H. P. Lieurade, and G. Thoquenne, "Effect of lubricant additives in rolling contact fatigue," *Proc. Inst. Mech. Eng. Part J J. Eng. Tribol.*, vol. 224, no. 9, pp. 947–955, Jan. 2010.
- [20] R. S. Dwyer-Joyce, "The Life Cycle of a Debris Particle," *Tribol. Interface Eng. Ser.*, vol. 48, pp. 681–691, 2005.
- [21] P. Rabaso, T. Gauthier, M. Diaby, and F. Ville, "Rolling Contact Fatigue: Experimental Study of the Influence of Sliding, Load, and Material Properties on the Resistance to Micropitting of Steel Discs," *Tribol. Trans.*, vol. 56, no. 2, pp. 203–214, Mar. 2013.
- [22] B. Allison, G. Subhash, N. Arakere, D. a. Haluck, and H. Chin, "Influence of Initial Residual Stress on Material Properties of Bearing Steel During Rolling Contact Fatigue," *Tribol. Trans.*, vol. 57, no. 3, pp. 533–545, Apr. 2014.
- [23] F. Sadeghi, B. Jalalahmadi, T. S. Slack, N. Raje, and N. K. Arakere, "A Review of Rolling Contact Fatigue," *J. Tribol.*, vol. 131, no. 4, p. 041403, 2009.
- [24] G. Dudragne and D. Girodin, "Application au dimensionnement des roulements d'un nouveau modele de calcul de la duree de vie," in *Journées Internationales Francophones de Tribologie*, 1999.
- [25] E. Ioannides and T. Harris, "A New Fatigue Life Model for Rolling Bearings," *J. Tribol.*, vol. 107, no. 84, pp. 367–377, 1985.
- [26] L. M. Keer and M. D. Bryant, "A Pitting Model for Rolling Contact Fatigue," *J. Lubr. Technol.*, vol. 105, no. 2, pp. 198–205, 1983.
- [27] *ISO 281:2007 Rolling bearings – Dynamic load ratings and rating life*. Geneva: International Organization for Standardization, 2007.

- [28] J. Lemaitre, J. L. Chaboche, A. Benallal, and R. Desmorat, *mécanique des matériaux solides*, 3e édition. Dunod, 2009.
- [29] A. P. Voskamp, "Material Response to Rolling Contact Loading," *J. Tribol.*, vol. 107, no. 3, pp. 359–364, 1985.
- [30] A. Grabulov, R. Petrov, and H. W. Zandbergen, "EBSD investigation of the crack initiation and TEM/FIB analyses of the microstructural changes around the cracks formed under Rolling Contact Fatigue (RCF)," *Int. J. Fatigue*, vol. 32, no. 3, pp. 576–583, Mar. 2010.
- [31] M. Le, F. Ville, X. Kleber, J. Cavoret, M. C. Sainte-Catherine, and L. Briancon, "Influence of grain boundary cementite induced by gas nitriding on the rolling contact fatigue of alloyed steels for gears," *Proc. Inst. Mech. Eng. Part J J. Eng. Tribol.*, vol. 0, no. 0, pp. 1–12, 2015.
- [32] G. Pluinage, "Breve histoire de la mecanique de rupture," in *Convergno IGF XV Bari 2000*, 2000, pp. 1–14.
- [33] B. Cotterell, "The past , present , and future of fracture mechanics," *Eng. Fract. Mech.*, vol. 69, pp. 533–553, 2002.
- [34] L. Kachanov, *Introduction to continuum damage mechanics*. Martinus Nijhoff publishers, 1986.
- [35] K. Dang van and I. Vassileiou Papadopoulos, *High cycle metal fatigue*. Springer, 1999.
- [36] A. Ekberg, E. Kabo, and H. Andersson, "An engineering model for prediction of rolling contact fatigue of railway wheels," *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, vol. 25, no. 10, pp. 899–910, 2002.
- [37] R. S. Zhou, H. S. Cheng, and T. Mura, "Micropitting in Rolling and Sliding Contact Under Mixed Lubrication," *J. Tribol.*, vol. 111, no. 4, p. 605, 1989.
- [38] E. Pierres, M.-C. Baietto, and A. Gravouil, "Experimental and numerical analysis of fretting crack formation based on 3D X-FEM frictional contact fatigue crack model," *Comptes Rendus Mécanique*, vol. 339, no. 7–8, pp. 532–551, Jul. 2011.
- [39] L. L. Mishnaevsky Jr and S. Schmauder, "Continuum mesomechanical finite element modeling in materials development: A state-of-the-art review," *Appl. Mech. Rev.*, vol. 54, no. 1, pp. 49–74, 2001.
- [40] M. D. Sangid, "The physics of fatigue crack initiation," *Int. J. Fatigue*, vol. 57, pp. 58–72, 2013.
- [41] M. D. Sangid, H. J. Maier, and H. Sehitoglu, "The role of grain boundaries on fatigue crack initiation - An energy approach," *Int. J. Plast.*, vol. 27, no. 5, pp. 801–821, 2011.

- [42] W. Cheng, H. S. Cheng, T. Mura, and L. M. Keer, "Micromechanics Modeling of Crack Initiation Under Contact Fatigue," *J. Tribol.*, vol. 116, no. 1, pp. 2–8, 1994.
- [43] A. Vincent, G. Lormand, P. Lamagnère, L. Gosset, D. Girodin, and G. Dudragne, "From white etching areas formed around inclusions to crack nucleation in bearing steels under rolling contact fatigue," in *Bearing Steels in the 21st Century*, 1998, p. 109.
- [44] E. S. Alley and R. W. Neu, "Microstructure-sensitive modeling of rolling contact fatigue," *Int. J. Fatigue*, vol. 32, no. 5, pp. 841–850, May 2010.
- [45] T. H. Lin, "Analysis of elastic and plastic strains of a face-centred cubic crystal," *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 5, pp. 143–149, 1957.
- [46] G. Cailletaud, S. Forest, D. Jeulin, F. Feyel, I. Galliet, V. Mounoury, and S. Quilici, "Some elements of microstructural mechanics," *Comput. Mater. Sci.*, vol. 27, no. 3, pp. 351–374, May 2003.
- [47] F. Barbe, L. Decker, D. Jeulin, and G. Cailletaud, "Intergranular and intragranular behavior of polycrystalline aggregates. Part 1: F.E. model," *Int. J. Plast.*, vol. 17, no. 4, pp. 513–536, Jan. 2001.
- [48] F. Barbe, S. Forest, and G. Cailletaud, "Intergranular and intragranular behavior of polycrystalline aggregates. Part 2: Results," *Int. J. Plast.*, vol. 17, no. 4, pp. 537–563, Jan. 2001.
- [49] O. Diard, S. Leclercq, G. Rousselier, and G. Cailletaud, "Distribution of normal stress at grain boundaries in multicrystals: application to an intergranular damage modeling," *Comput. Mater. Sci.*, vol. 25, no. 1–2, pp. 73–84, Sep. 2002.
- [50] T. Dick, S. Basseville, and G. Cailletaud, "Fatigue modelling in fretting contact with a crystal plasticity model," *Comput. Mater. Sci.*, vol. 43, no. 1, pp. 36–42, Jul. 2008.
- [51] C. Robert, N. Saintier, T. Palin Luc, and F. Morel, "Étude numérique du comportement en fatigue à grand nombres de cycles d'agrégats polycristallins de cuivre," *Mécanique Ind.*, vol. 12, no. 3, pp. 209–214, 2011.
- [52] N. Raje, F. Sadeghi, and R. G. Rateick, "A Statistical Damage Mechanics Model for Subsurface Initiated Spalling in Rolling Contacts," *J. Tribol.*, vol. 130, no. 4, p. 042201, 2008.
- [53] B. Jalalahmadi and F. Sadeghi, "A Voronoi Finite Element Study of Fatigue Life Scatter in Rolling Contacts," *J. Tribol.*, vol. 131, no. 2, p. 022203, 2009.
- [54] T. Slack and F. Sadeghi, "Cohesive zone modeling of intergranular fatigue damage in rolling contacts," *Tribol. Int.*, vol. 44, no. 7–8, pp. 797–804, Jul. 2011.
- [55] N. Weinzapfel and F. Sadeghi, "Numerical modeling of sub-surface initiated spalling in rolling contacts," *Tribol. Int.*, pp. 1–12, Mar. 2012.

- [56] G. . Barenblatt, "The formation of equilibrium cracks during brittle fracture. General ideas and hypotheses. Axially-symmetric cracks," *J. Appl. Math. Mech.*, vol. 23, no. 3, pp. 622–636, 1959.
- [57] X.-P. Xu and a. Needleman, "Numerical simulations of fast crack growth in brittle solids," *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 42, no. 9, pp. 1397–1434, Sep. 1994.
- [58] G. Camacho and M. Ortiz, "Computational modelling of impact damage in brittle materials," *Int. J. Solids Struct.*, vol. 33, no. 20, pp. 2899–2938, 1996.
- [59] G. Ruiz, A. Pandolfi, and M. Ortiz, "Three-dimensional cohesive modeling of dynamic mixed-mode fracture," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 52, no. 12, pp. 97–120, Sep. 2001.
- [60] O. Nguyen, E. A. Repetto, M. Ortiz, and R. A. Radovitzky, "A cohesive Model of fatigue crack growth," *Int. J. Fract.*, vol. 110, pp. 351–359, 2001.
- [61] M. Cerullo, "Sub-surface Fatigue Crack Growth at Alumina Inclusions in AISI 52100 Roller Bearings," *Procedia Eng.*, vol. 74, pp. 333–338, 2014.
- [62] M. Romero de La osa, R. Estevez, C. Olagnon, J. Chevalier, and C. Tallaron, "Modèle cohésif pour la propagation lente de fissures dans les céramiques polycristallines," in *Congrès Français de mécanique*, 2009.
- [63] R. Estevez, M. Romero de la Osa, C. Olagnon, and J. Chevalier, "Cohesive zone description and analysis of slow crack growth in ceramics," in *11th Pan-American Congress of Applied Mechanics, Foz do Iguaçu, Brazil*, 2010, no. 1983.
- [64] D. H. Warner and J. F. Molinari, "Micromechanical finite element modeling of compressive fracture in confined alumina ceramic," *Acta Mater.*, vol. 54, no. 19, pp. 5135–5145, Nov. 2006.
- [65] H. Mughrabi, "Specific features and mechanisms of fatigue in the ultrahigh-cycle regime," *Int. J. Fatigue*, vol. 28, no. 11, pp. 1501–1508, 2006.
- [66] P. Zhang, S. Ou, Q. Q. Duan, S. D. Wu, S. X. Li, Z. G. Wang, and Z. F. Zhang, "Low-cycle fatigue-cracking mechanisms in fcc crystalline materials," *Philos. Mag.*, vol. 91, no. 2, pp. 229–249, 2011.
- [67] L. Flamand, P. Sainsot, and T. Lubrecht, "Fatigue des surfaces," *Techniques de l'ingénieur*. 2013.
- [68] A. Labiau, F. Ville, P. Sainsot, E. Querlioz, and T. Lubrecht, "Effect of sinusoidal surface roughness under starved conditions on rolling contact fatigue," *Proc. Inst. Mech. Eng. Part J J. Eng. Tribol.*, vol. 222, no. 3, pp. 193–200, May 2008.
- [69] S. Coulon, I. Jubault, a. a. Lubrecht, F. Ville, and P. Vergne, "Pressure profiles measured within lubricated contacts in presence of dented surfaces. Comparison with numerical models," *Tribol.*

*Int.*, vol. 37, no. 2, pp. 111–117, Feb. 2004.

- [70] C. Brugger, M. Coulombier, T. J. Massart, J.-P. Raskin, and T. Pardoen, "Strain gradient plasticity analysis of the strength and ductility of thin metallic films using an enriched interface model," *Acta Mater.*, vol. 58, no. 15, pp. 4940–4949, Sep. 2010.
- [71] C.-H. Yu, C.-W. Huang, C.-S. Chen, Y. Gao, and C.-H. Hsueh, "Effects of grain boundary heterogeneities on creep fracture studied by rate-dependent cohesive model," *Eng. Fract. Mech.*, vol. 93, pp. 48–64, Oct. 2012.
- [72] H. D. Espinosa and P. D. Zavattieri, "A grain level model for the study of failure initiation and evolution in polycrystalline brittle materials. Part I: Theory and numerical implementation," *Mech. Mater.*, vol. 35, no. 3–6, pp. 333–364, Mar. 2003.
- [73] H. D. Espinosa and P. D. Zavattieri, "A grain level model for the study of failure initiation and evolution in polycrystalline brittle materials. Part II: Numerical examples," *Mech. Mater.*, vol. 35, no. 3–6, pp. 365–394, Mar. 2003.
- [74] P.-M. Hilgendorff, a. Grigorescu, M. Zimmermann, C.-P. Fritzen, and H.-J. Christ, "Simulation of irreversible damage accumulation in the very high cycle fatigue (VHCF) regime using the boundary element method," *Mater. Sci. Eng. A*, vol. 575, pp. 169–176, Jul. 2013.
- [75] C. a. Sweeney, W. Vorster, S. B. Leen, E. Sakurada, P. E. McHugh, and F. P. E. Dunne, "The role of elastic anisotropy, length scale and crystallographic slip in fatigue crack nucleation," *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 61, no. 5, pp. 1224–1240, May 2013.
- [76] V. Bhargava, G. T. Hahn, and C. A. Rubin, "Rolling Contact Deformation , Etching Effects , and Failure of High-Strength Bearing Steel," *Metall. Trans. A*, vol. 21, no. A, pp. 1921–1931, 1990.
- [77] D. Canadinc, H. Sehitoglu, and K. Verzal, "Analysis of surface crack growth under rolling contact fatigue," *Int. J. Fatigue*, vol. 30, no. 9, pp. 1678–1689, Sep. 2008.
- [78] N. Raje, T. Slack, and F. Sadeghi, "A discrete damage mechanics model for high cycle fatigue in polycrystalline materials subject to rolling contact," *Int. J. Fatigue*, vol. 31, no. 2, pp. 346–360, Feb. 2009.
- [79] A. Warhadpande, F. Sadeghi, M. N. Kotzalas, and G. Doll, "Effects of plasticity on subsurface initiated spalling in rolling contact fatigue," *Int. J. Fatigue*, vol. 36, no. 1, pp. 80–95, Mar. 2012.
- [80] ANSYS, "ANSYS Documentation, Element Reference," vol. 15317, no. November. pp. 724–746, 2009.
- [81] ANSYS, "ANSYS® Academic Research, Release 14.5, Help System Contact Technology Guide," vol. 15317, no. November. .
- [82] ANSYS, "ANSYS Dumentation: Theory Reference for the Mechanical APDL and Mechanical

Applications," vol. 3304, no. November. pp. 724–746, 2009.

- [83] M. Ortiz and A. Pandolfi, "Finite-deformation irreversible cohesive elements for three-dimensional crack-propagation analysis," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 44, pp. 1267–1282, 1999.
- [84] J. Lemaitre and R. Desmorat, *Engineering Damage Mechanics*. Springer, 2005.
- [85] B. Jalalahmadi and F. Sadeghi, "A Voronoi FE Fatigue Damage Model for Life Scatter in Rolling Contacts," *J. Tribol.*, vol. 132, no. 2, p. 021404, 2010.
- [86] N. Blal, L. Daridon, Y. Monerie, and S. Pagano, "Artificial compliance inherent to the intrinsic cohesive zone models: criteria and application to planar meshes," *Int. J. Fract.*, vol. 178, no. 1–2, pp. 71–83, Jun. 2012.
- [87] J. F. Molinari, G. Gazonas, R. Raghupathy, A. Rusinek, and F. Zhou, "The Cohesive Element Approach to Dynamic Fragmentation: The Question of Energy Convergence," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 69, no. February, pp. 484–503, 2007.
- [88] L. Snozzi, a. Caballero, and J. F. Molinari, "Influence of the meso-structure in dynamic fracture simulation of concrete under tensile loading," *Cem. Concr. Res.*, vol. 41, no. 11, pp. 1130–1142, Nov. 2011.
- [89] L. Priester, *joints de grains et plasticité cristalline*. Lavoisier, 2011.
- [90] S. Kobayashi, S. Tsurekawa, and T. Watanabe, "Grain boundary hardening and triple junction hardening in polycrystalline molybdenum," *Acta Mater.*, vol. 53, no. 4, pp. 1051–1057, 2005.
- [91] C. Longching, C. Qing, and S. Eryu, "Study on initiation and propagation angles of subsurface cracks in GCr15 bearing steel under rolling contact," *Wear*, vol. 133, pp. 205–218, 1989.
- [92] C. Qing, S. Eryu, Z. Dongmei, G. Juwen, and Z. Fan, "Measurement of the critical size of inclusions initiating contact fatigue cracks and its application in bearing steel," *Wear*, vol. 147, pp. 285–294, 1991.
- [93] R. Hill, "The Elastic Behaviour of a Crystalline Aggregate," *PROC. PHYS. SOC*, vol. 65, no. A, pp. 349–354, 1952.
- [94] J. M. J. Den Toonder, J. a W. Van Dommelen, and F. P. T. Baaijens, "The relation between single crystal elasticity and the effective elastic behaviour of polycrystalline materials: theory, measurement and computation," *Model. Simul. Mater. Sci. Eng.*, vol. 7, no. 6, pp. 909–928, Nov. 1999.
- [95] J. Besson, G. Cailletaud, J. L. Chaboche, and S. Forest, *Mécanique non linéaire des matériaux*. Hermes, 2001.

- [96] K. S. Mendelson, "Bulk modulus of a polycrystal," *J. Phys. D Appl. Phys.*, vol. 14, pp. 1307–1309, 1981.
- [97] T. H. Courtney, *mechanical behavior of materials*, Second edi. McGraw Hill, 1990.
- [98] S. Ranganathan and M. Ostojastarzewski, "Scaling function, anisotropy and the size of RVE in elastic random polycrystals," *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 56, no. 9, pp. 2773–2791, Sep. 2008.
- [99] F. El Houdaigui, S. Forest, A. F. Gourgues, and D. Jeulin, "On the size of the representative volume element for isotropic elastic polycrystalline copper," in *IUTAM Symposium*, 2005, pp. 171–180.
- [100] J. M. Berthelot, *matériaux composites*, 4e édition. Lavoisier, 2005.
- [101] Y. Guilhem, "Étude numérique des champs mécaniques locaux dans les agrégats polycristallins d'acier 316L sous chargement de fatigue," Mines Paristech, 2011.
- [102] E. V. Zaretsky, "Design for life, plan for death," *Mach. Des.*, vol. 66, no. 15, pp. 57–59, 1994.



## Annexes

Les différentes annexes sont listées ci-dessous.

- Annexe A : Influence des paramètres numériques sur les contraintes
- Annexe B : Singularités numériques aux jonctions triples : recherche de solutions
- Annexe C : Influence des paramètres numériques sur la durée de vie
- Annexe D : Lois constitutives utilisées en élasticité linéaire
- Annexe E : Analyse du comportement d'un agrégat polycristallin : compléments
- Annexe F : Influence des paramètres numériques sur la durée de vie
- Annexe G : Influence du paramètre  $\Delta D$  en fonction du mode d'application de l'endommagement

La plupart de ces annexes ont pour objectif de montrer l'influence des paramètres numériques sur les résultats de la simulation numérique. Ces résultats peuvent être liés à l'état de contrainte avant endommagement, c'est-à-dire lors de la première simulation éléments finis (FEA 1), ou à la distribution des micro-fissures et à la durée de vie, c'est-à-dire à des résultats obtenus après un certain nombre de simulations (FEA n).

Concernant les caractéristiques du modèle RCF, le modèle initial présenté au Chapitre II est basé sur un modèle isotrope de comportement pour les grains, et sur une méthode d'application de l'endommagement appelée « endommagement appliqué sur la raideur ».

Les modifications proposées au Chapitre III concerne l'utilisation (i) d'un modèle de comportement anisotrope pour les grains et (ii) d'un nouveau mode d'application de l'endommagement appelé endommagement appliqué sur le cisaillement.

Les caractéristiques principales des modèles utilisés pour chaque annexe sont résumées dans la Table 16.

Annexe	Chapitre concerné	Résultats analysés	Matériau	Mode d'application de l'endommagement
A	II	Contraintes dans les grains avant endommagement	isotrope	/
B	II	Cisaillement intergranulaire avant endommagement	isotrope	/
C	II	Durée de vie	isotrope	raideur
D	III		/	/
E	III		anisotrope	/
F	III		Isotrope / anisotrope	raideur / cisaillement

Table 16: Synthèse des modèles utilisés pour les différentes annexes



## A. Influence des paramètres numériques sur les contraintes

### 1. Objectifs et méthode d'analyse

L'objectif de ce paragraphe est l'étude de l'influence sur le champ de contrainte **avant application de l'endommagement** de trois paramètres qui sont (i) la taille globale du massif (paramètre  $\lambda$ ), (ii) la taille du maillage et (iii) la discrétisation spatiale utilisée pour le balayage de la pression de Hertz (paramètre  $N_{sub}$ ).

Afin d'étudier l'influence de ces trois paramètres uniquement et de ne pas avoir de résultats dépendant de paramètres liés aux éléments cohésifs, en particulier leurs raideurs, ces éléments cohésifs ne sont pas introduits dans le modèle utilisé ; la liaison entre les grains est une liaison parfaite, c'est à dire que les nœuds sur le joint de grain sont communs aux deux grains adjacents. Les modèles utilisés dans ce paragraphe sont (i) le modèle décrit au paragraphe 2.3.1 (Figure 58 et Table 7) pour l'étude de l'influence de la taille du maillage et de la discrétisation spatiale, et (ii) un modèle simplifié avec des grains représentés par des hexagones réguliers (Figure 99) pour l'étude de l'influence de la taille du massif.

Le critère choisi pour caractériser l'influence de ces trois paramètres sur l'état de contrainte dans le massif est le cisaillement maximum 2D dans le plan xy. Dans le cas d'un problème 2D en déformations planes, le tenseur de contraintes peut être caractérisé par ses composantes dans le repère xy ou par ses composantes principales (éq. 42).

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{xy} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_I & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{II} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{III} = \sigma_z \end{bmatrix} \quad (\text{déformations planes}) \quad \text{éq. 42}$$

$$\tau_{max} = \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2} \quad \text{éq. 43}$$

Le cisaillement maximum 2D dans le plan xy correspond au rayon du cercle de Mohr 2D (éq. 43 et Figure 97). En fonction de la valeur de la contrainte normale dans la direction z,  $\sigma_z$  (troisième contrainte principale), ce cisaillement peut être différent du cisaillement maximum 3D (Figure 97).

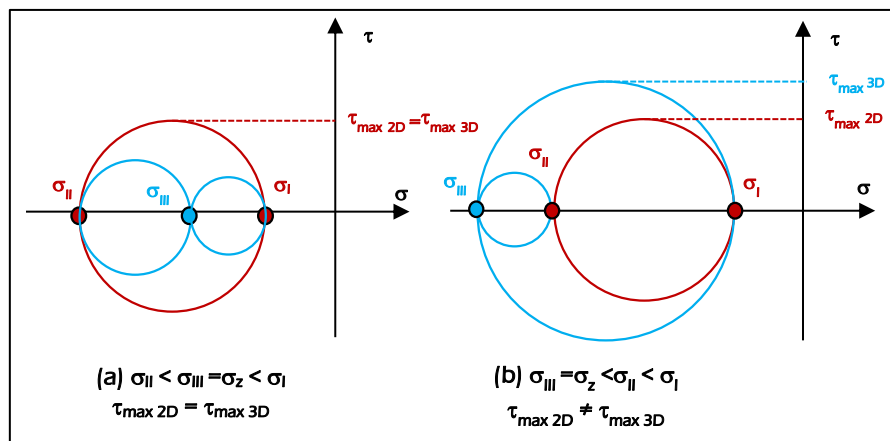


Figure 97 : Cercles de Mohr et cisaillement maximum

La Figure 98 donne la répartition de ce cisaillement maximum 2D, que l'on nommera simplement cisaillement maximum et que l'on notera  $\tau_{max}$ .

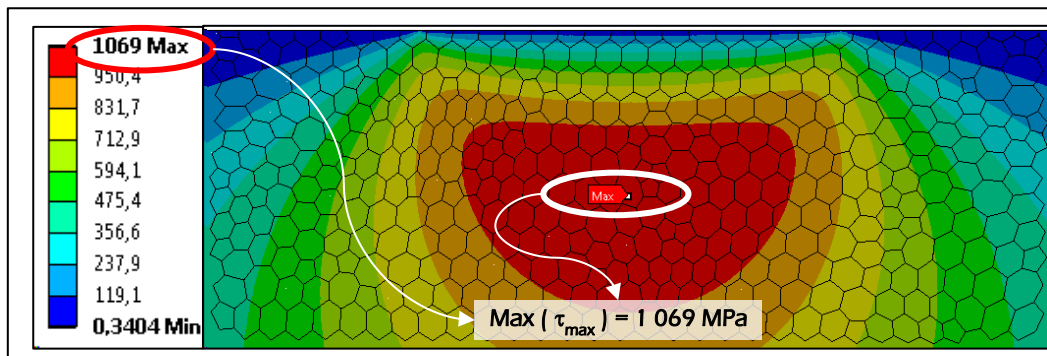


Figure 98 : Répartition de  $\tau_{\max}$  (MPa) (pression de hertz centrée sur la zone granulaire)

L'intérêt d'utiliser ce cisaillement maximum comme critère de comparaison est que cette composante fait partie de celles fréquemment utilisées pour prédire la durée de vie des roulements en fatigue de contact ; le modèle de Zaretsky [102] est basé sur ce cisaillement maximum. La théorie du contact de Hertz permet d'exprimer la valeur maximum de ce cisaillement maximum  $\max(\tau_{\max})$  en fonction de la pression maximale  $P_0$  (éq. 44) [67]. Pour une pression  $P_0 = 3,5 \text{ GPa}$ , on a  $\max(\tau_{\max}) = 1050 \text{ MPa}$ .

$$\max(\tau_{\max}) = 0,3 \times P_0 \quad \text{éq. 44}$$

## 2. Influence de la taille du massif

La taille du massif doit être suffisamment grande pour que les conditions aux limites en déplacement appliquées aux extrémités de ce massif ne modifient pas le champ de contrainte sous la charge (pression de Hertz). La taille du massif est caractérisée par le nombre adimensionnel  $\lambda$  défini comme le rapport entre cette taille (hauteur ou demi-longueur) et la demi-largeur de contact  $a$  (Figure 99).

Le modèle utilisé est celui représenté sur la Figure 99, avec une représentation des grains par des hexagones réguliers. Le déplacement de la pression de Hertz sur le massif n'est pas modélisé : on considère une pression de Hertz fixe, centrée sur le massif granulaire.

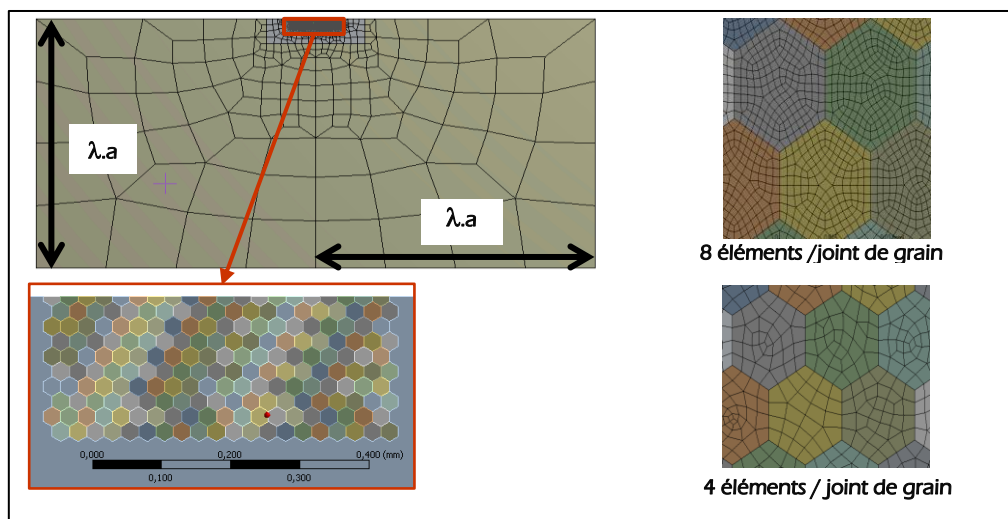


Figure 99 : Modèle à hexagones réguliers : géométrie et maillage

L'influence de la taille du modèle sur la valeur maximum du cisaillement maximum est représentée sur la Figure 100. Pour des valeurs élevées de  $\lambda$ , les résultats obtenus sont en accord avec la théorie de Hertz. Ces résultats ont été obtenus avec un maillage à 4 éléments le long de chaque joint de grain (Figure 99). Un maillage à 8 éléments donne des résultats quasiment identiques (non différenciables sur la courbe de la Figure 100). Une étude plus détaillée du maillage sera effectuée dans le paragraphe suivant.

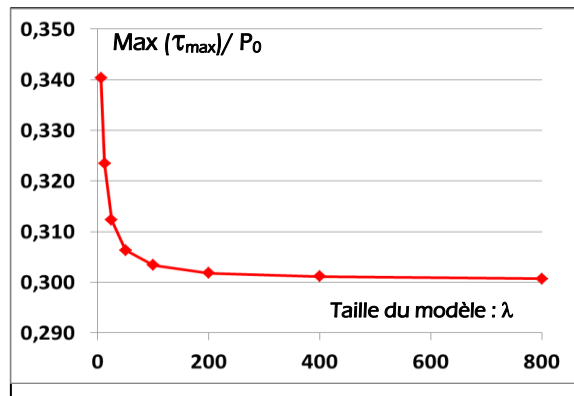


Figure 100 : Influence de la taille du massif  $\lambda$  sur le cisaillement maximum

La Valeur  $\lambda = 50$  sera utilisée dans le reste de l'étude.

### 3. Influence de la taille du maillage

La qualité de l'approximation par la méthode des éléments finis dépend de la finesse du maillage. Dans le modèle, la taille de maillage est contrôlée par le nombre d'éléments le long de chaque joint de grain. Les trois maillages utilisés sont donnés sur la Figure 101. L'influence du degré des éléments (avec ou sans nœuds milieu) est également analysée.

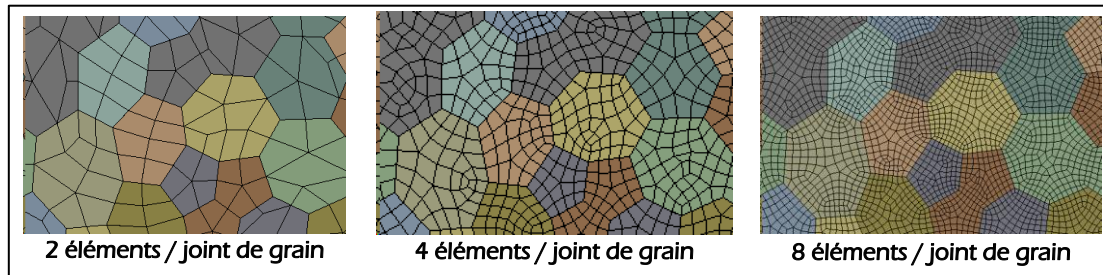


Figure 101 : Maillages des grains

La Figure 102 représente la répartition du cisaillement maximum  $\tau_{\text{max}}$  dans la zone granulaire uniquement, pour la position initiale de la pression de Hertz (Time =0 ; Figure 102a) et pour la pression de Hertz centrée sur la zone granulaire (Time =0,5 ; Figure 102b). Les Figure 102c et Figure 102d représentent l'évolution de la valeur maximum de ce même cisaillement au cours de la modélisation d'un cycle. Cette valeur maximum se situe sous le centre de la pression de Hertz. Donc, tant que le centre de la pression de Hertz n'est pas positionné au-dessus de la zone granulaire, la valeur maximale obtenue dans la zone granulaire est plus faible que la valeur maximale dans tout le massif. Ce phénomène est à l'origine de l'allure de la courbe de la Figure 102c : le début et la fin de cette courbe correspondent à une pression de Hertz centrée en dehors de la zone granulaire, donc à une valeur maximale du cisaillement maximum plus faible. Lorsque la pression de Hertz est centrée au-dessus de la zone granulaire, la valeur maximale de ce cisaillement est relativement constante.

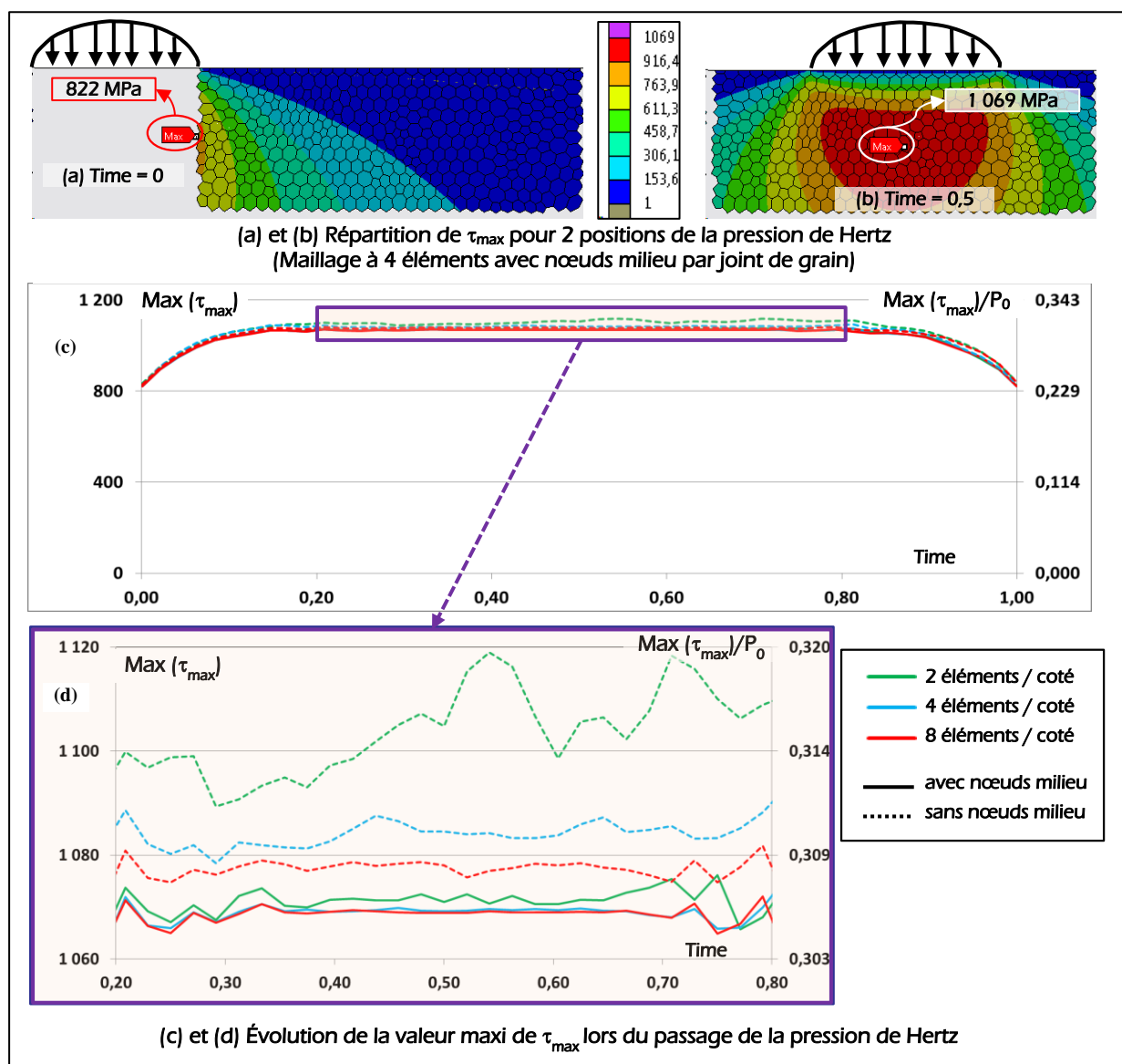


Figure 102 : Répartition de  $\tau_{\max}$  et évolution de la valeur maxi (en MPa) : influence du maillage

L'étude de l'influence du maillage est réalisée pour une pression de Hertz positionnée sur la zone granulaire ( $0,2 < \text{Time} < 0,8$  ; Figure 102d). Les courbes obtenues pour différents maillages montrent (i) que l'utilisation d'éléments avec nœuds milieu permet de réduire la sensibilité au maillage, et (ii) qu'en utilisant des éléments avec nœuds milieu, les résultats sont très similaires avec 4 ou 8 éléments le long de chaque joint de grain.

**Le maillage utilisé dans la suite de cette étude sera donc un maillage à 4 éléments avec nœuds milieu le long de chaque joint de grain.**

#### 4. Influence de la discrétisation spatiale (paramètre $N_{\text{sub}}$ )

Afin de quantifier l'influence de la discrétisation spatiale de la longueur balayée par la pression de Hertz (paramètre  $N_{\text{sub}}$ ), des simulations ont été effectuées pour trois valeurs de ce paramètre : 24 ; 48 et 96.

Les résultats de ces simulations (Figure 103) montrent que ce paramètre n'a pas d'influence significative sur le champ de contrainte. En effet, tous les grains ayant le même comportement mécanique isotrope, et la taille du maillage étant optimisée, le champ de contrainte ne dépend pas de la position de la pression de Hertz, et donc du paramètre  $N_{\text{sub}}$ . Les légères différences sur les parties extrêmes des courbes ( $\text{Time} < 0,30$  et  $\text{Time} > 0,70$ ) sont dues au fait que lorsque la pression de Hertz est positionnée sur les bords de la zone granulaire, le champ de contrainte est légèrement dépendant du maillage hors de la zone

granulaire, or ce maillage n'est pas optimisé (pas suffisamment affiné) afin de réduire les temps de calcul.

La valeur utilisée dans la suite de cette étude sera  $N_{sub} = 48$ .

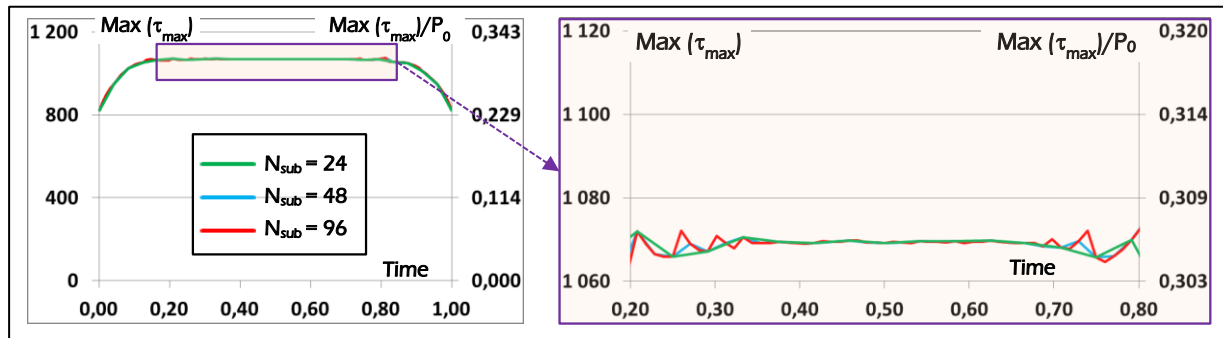


Figure 103 : Répartition de  $\tau_{max}$  et évolution de la valeur maxi (en MPa) : influence de  $N_{sub}$

Cette étude d'influence a été réalisée en se basant sur l'état de contrainte dans les grains, avant endommagement, et dans le cas d'un modèle de comportement isotrope des grains. Dans cette configuration, la discrétisation spatiale (paramètre  $N_{sub}$ ) n'a donc pas influence significative sur la répartition des contraintes dans les grains. Cependant, le critère  $\Delta\tau$  qui est utilisé pour calculer l'endommagement de chaque joint de grain est basé sur le cisaillement intergranulaire (Chapitre II.1.2.3 page 59). Or, pour chaque joint de grain, cette quantité dépend de la position de la pression de Hertz. L'influence de la discrétisation spatiale sur les résultats du modèle en termes de localisation des micro-fissures et de durée de vie sera analysée par la suite.

Le cisaillement intergranulaire dépendant de la position de la pression de Hertz par rapport aux différents grains, le paramètre  $N_{sub}$  doit être défini en liaison avec la longueur balayée ( $L_{HP}$ ), et la taille des grains ( $L_g$ ). Le paramètre significatif est en fait le ratio entre le déplacement de la pression de Hertz entre chaque résolution ( $\delta_{HP}$ ) et la taille des grains ( $L_g$ ). Dans le cas du modèle utilisé dans cette partie ( $L_{HP} = 6a = 1200 \mu m$  et  $L_g = 25 \mu m$ ), le choix de la valeur 48 pour le paramètre  $N_{sub}$ , correspond à un déplacement de la pression de Hertz entre chaque résolution  $\delta_{HP} = 25 \mu m$  (eq. 7), équivalent donc à la taille d'un grain.



## B. Singularités numériques aux jonctions triples : recherche de solutions

Cette partie est consacrée à la recherche de solutions permettant de résoudre le problème mis en évidence dans le Chapitre II.2.2. page 75. Le modèle utilisé est le modèle simplifié, champ de contrainte homogène, à grains de forme hexagonale (Figure 51b). Les caractéristiques de ce modèle sont les suivantes :

- méthode de détection : aux nœuds,
- raideurs cohésives :  $K_n = 10^{11}$  MPa/mm et  $K_t = 10^{10}$  MPa/mm,
- pression appliquée :  $P = 1\,000$  MPa.

### 1. Suppression d'éléments cohésifs

#### 1.1 Problématique et description des modèles

La singularité numérique est due à une incompatibilité du champ de déplacement au niveau des jonctions triples. Le problème est en effet sur-contraint en ces points. Ce phénomène est illustré sur la Figure 104. Au niveau des jonctions triples, un premier élément cohésif assure la liaison entre le grain 1 et le grain 2, un deuxième élément assure la liaison entre le grain 2 et le grain 3. Le troisième élément cohésif entre le grain 1 et le grain 3 vient donc sur-contraindre le problème.

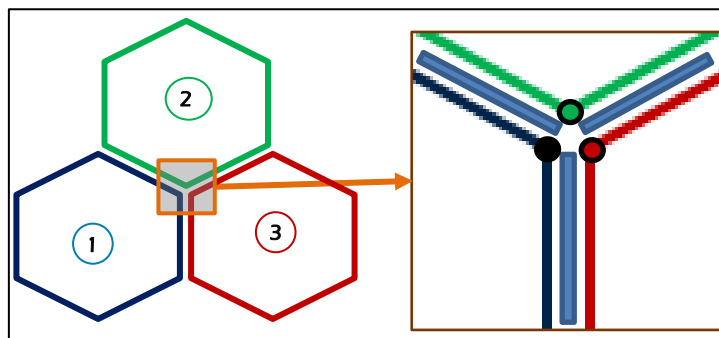


Figure 104 : Sur-contrainte aux jonctions triples

Une solution permettant de supprimer cette sur-contrainte à la jonction triple consiste à supprimer un des éléments cohésifs. Deux simulations ont été effectuées en supprimant 1 (modification 1) ou 2 (modification 2) éléments cohésifs (Figure 105).

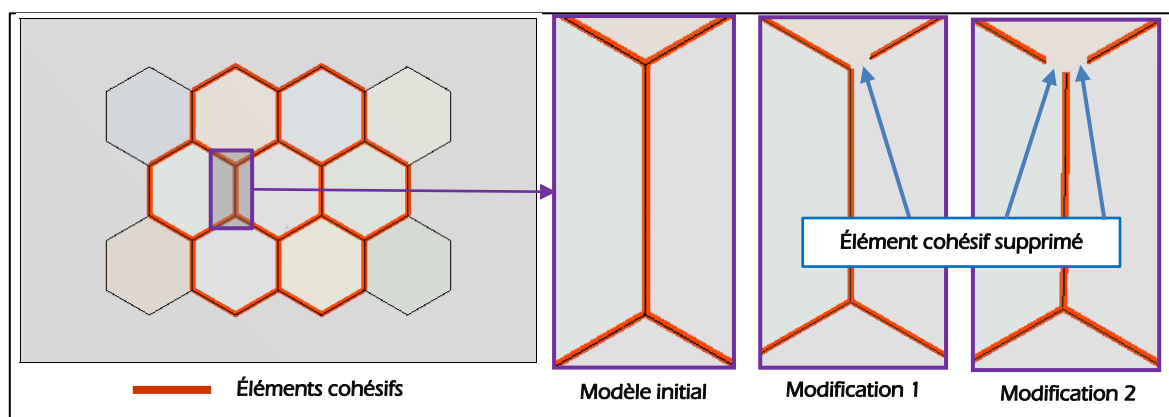


Figure 105 : Suppression d'éléments cohésifs aux jonctions triples

#### 1.2 Résultats

La suppression d'un ou plusieurs éléments cohésifs aux jonctions triples ne permet pas de résoudre le problème rencontré aux extrémités du joint de grain (Figure 106). En effet, en supprimant un élément cohésif, on engendre une nouvelle singularité qui perturbe fortement la répartition du champ de contrainte autour de la zone modifiée (Figure 107). La

suppression d'un élément cohésif est équivalent à l'introduction d'une fissure, or le champ de contrainte est singulier en pointe de fissure.

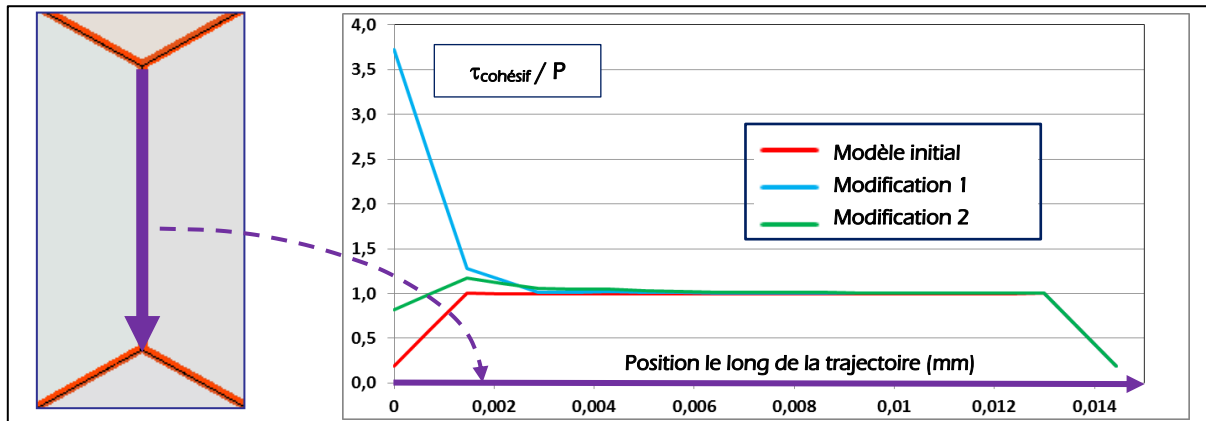


Figure 106 : Influence de la suppression d'éléments cohésifs aux jonctions triples

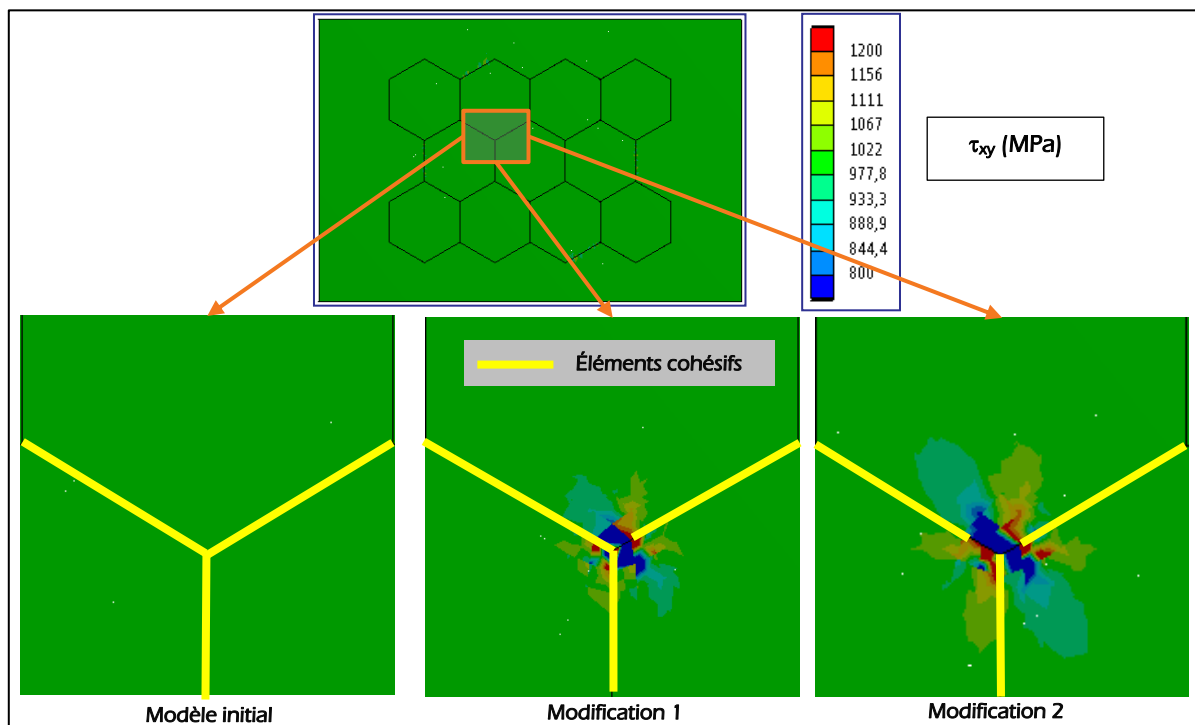


Figure 107 : Singularité engendrée par la suppression d'éléments cohésifs

## 2. « Suppression » des jonctions triples

### 2.1 Modèle

Afin de supprimer les problèmes de compatibilités de déplacement aux jonctions triples, on peut envisager de « supprimer » les jonctions triples. Pour cela on utilise un modèle avec des zones sans matière à ce niveau (Figure 108). Il n'y a donc plus de points communs à 3 grains.

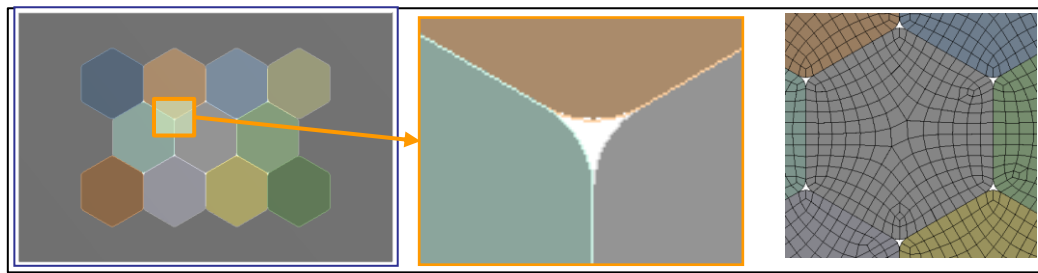


Figure 108 : Modèle sans matière aux jonctions triples : géométrie et maillage

## 2.2 résultats

La suppression de la jonction triple entraîne le même type de phénomène que la suppression d'éléments cohésifs, c'est à dire l'apparition de singularités numériques (Figure 109).

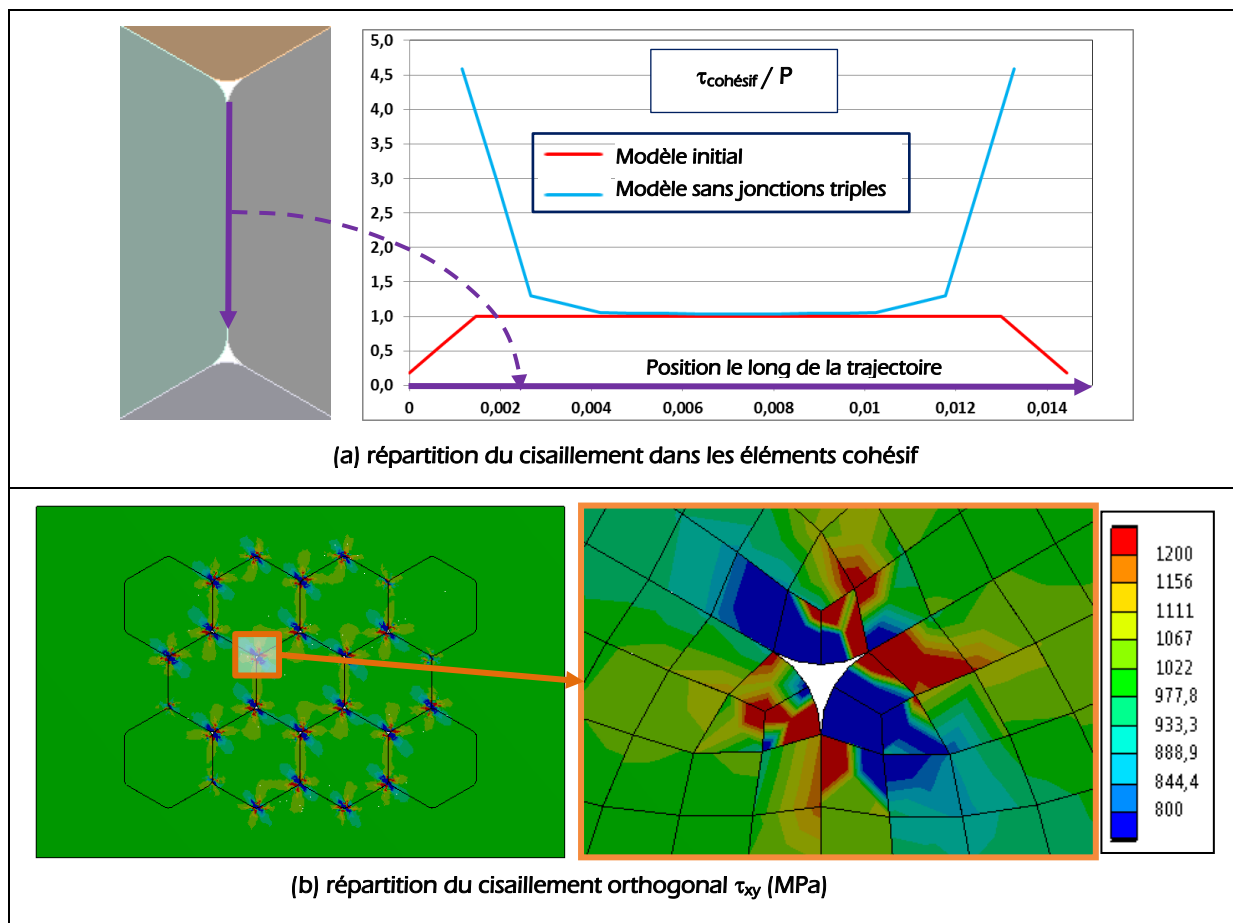


Figure 109 : Influence de la suppression des jonctions triples

## 3. Modélisation de joints de grain « solides »

### 3.1 Description du modèle

Le problème de compatibilité de déplacement aux jonctions triples est lié aux éléments cohésifs. Une solution consiste alors à remplacer la modélisation des joints de grain basée sur les éléments cohésifs par une modélisation utilisant une représentation physique de ces joints de grain. Ceux-ci sont alors représentés « physiquement » par un solide (2D) d'épaisseur non nulle (Figure 110).

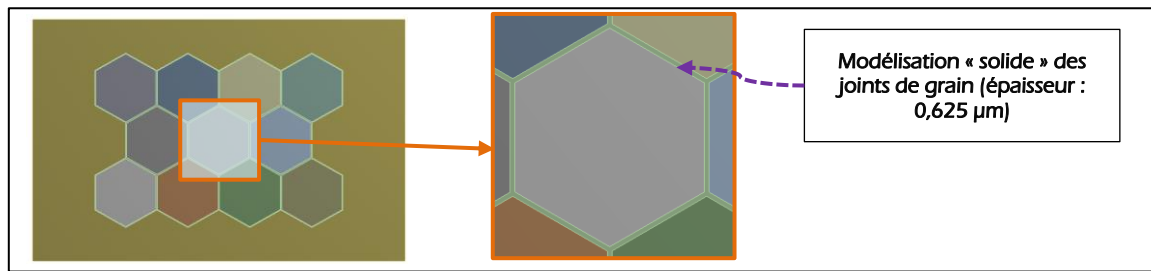


Figure 110 : Modèle avec représentation physique des joints de grains

Le matériau constituant le joint de grain est considéré comme linéaire élastique isotrope. On choisit un module d'Young 2 fois plus grand que celui du reste du modèle, c'est-à-dire  $E = 400 \text{ GPa}$ . Le coefficient de Poisson est quant à lui identique :  $\nu = 0,3$ . Le choix de ce module est arbitraire, l'objectif étant ici uniquement de tester la validité de la solution envisagée. Cependant, ce module d'Young doit être différent de celui des grains, car c'est la différence entre ces modules qui peut créer des singularités.

### 3.2 résultats

La répartition des différentes composantes du tenseur des contraintes est donnée sur la Figure 111a.

- Dans les grains, et « loin » des jonctions triples, les résultats du modèle correspondent bien à la solution théorique, c'est-à-dire des contraintes normales de compression dans les directions  $x$  et  $y$  égales à la pression normale  $P$  appliquée (1 000 MPa), et une contrainte de cisaillement (plan  $xy$ ) égale à la pression tangentielle appliquée  $P$  (1 000 MPa).
- Si l'on trace l'évolution des contraintes à travers le joint de grain (Figure 111b), on a bien une continuité de la contrainte normale suivant  $x$  et de la contrainte de cisaillement. Dans la direction  $y$ , ce n'est pas la contrainte normale qui est continue, mais la déformation  $\varepsilon_y$ .
- Des concentrations de contraintes apparaissent au niveau des jonctions triples. L'étude de ce phénomène fera l'objet du paragraphe suivant.

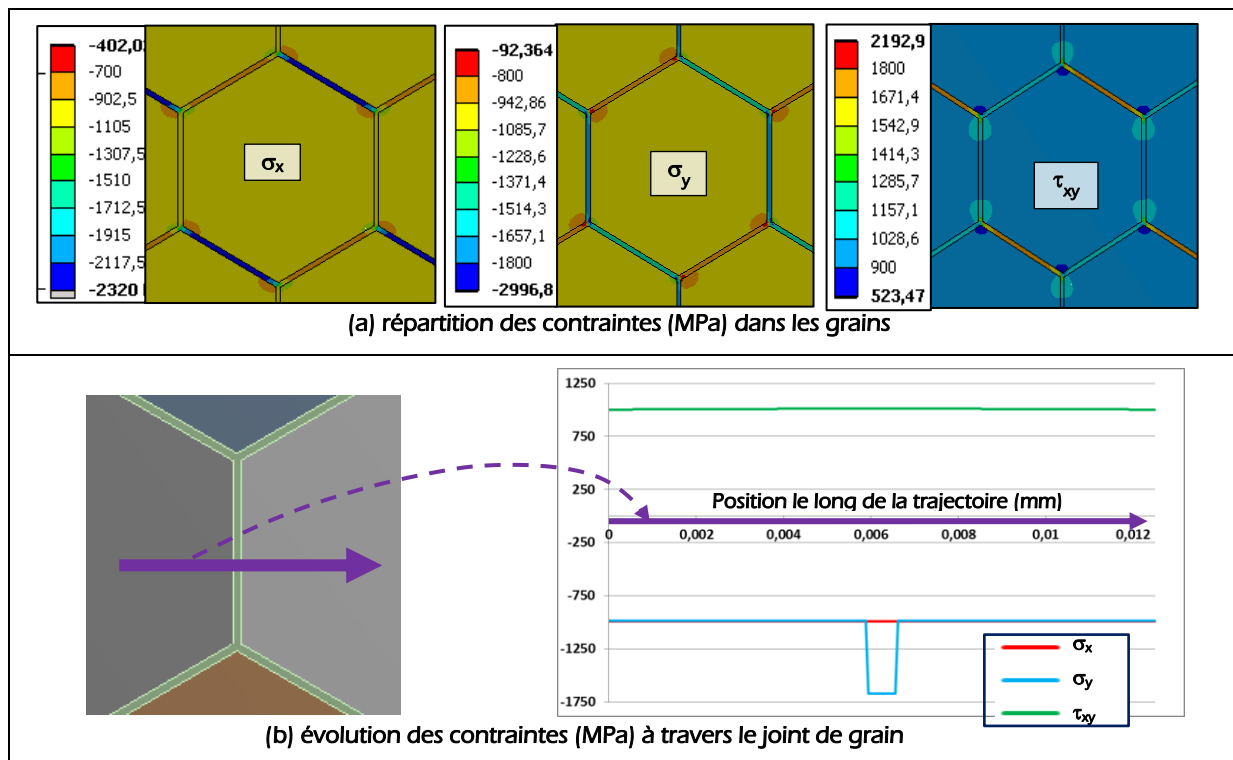


Figure 111 : Modèle avec joint « solide » : répartition des contraintes

### 3.3 Contraintes au niveau des points anguleux

La présence d'un point anguleux entre 2 structures composées d'un matériau différent (grain et joint de grain) crée une singularité numérique. On observe une très forte augmentation de la valeur des contraintes en ces points (Figure 112a), et les valeurs maximums ne se stabilisent pas en diminuant la taille du maillage (Figure 112c).

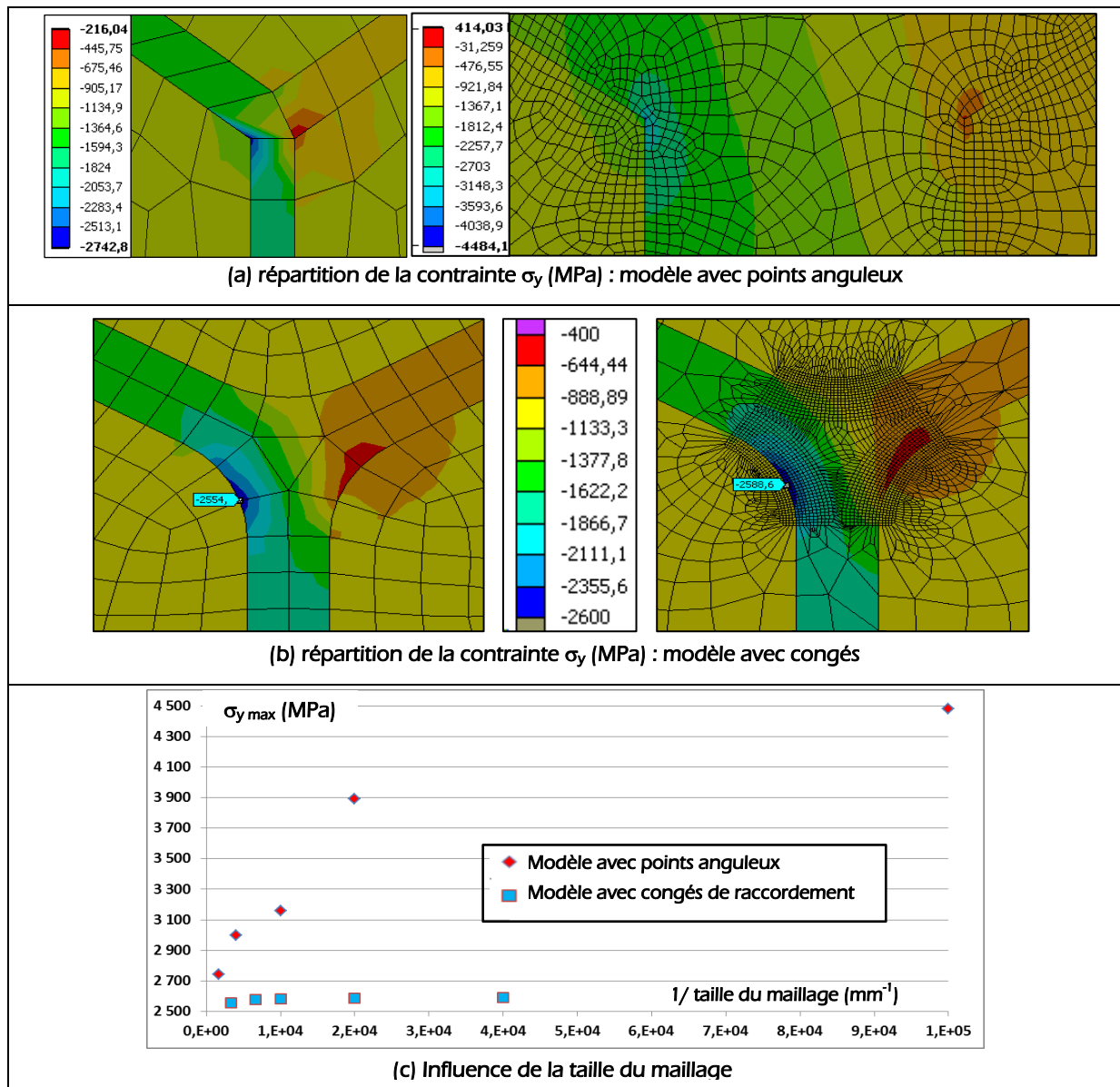


Figure 112 : Modèle avec joint « solide » : répartition de la contrainte  $\sigma_y$  (MPa)

Pour supprimer cette singularité numérique, il faut remplacer les points anguleux par des congés de raccordement. Dans ce cas, il y a toujours présence de concentrations de contraintes, sur une zone de taille "faible" mais non réduite à un nœud (Figure 112b). De plus, avec un congé de raccordement, un raffinement du maillage permet d'obtenir une valeur maximum indépendante de cette taille de maillage (Figure 112c).

### 3.4 Conclusion

Pour résoudre la singularité numérique en introduisant une modélisation physique des joints de grain, il faut remplacer tous les points anguleux par des congés de raccordement. Cependant cette solution est difficilement utilisable, car :

- la valeur maximum des contraintes dépend du rayon du congé utilisé,
- elle nécessite un maillage « fin », donc un modèle demandant des temps de calcul important.

## C. Influence des paramètres numériques sur la durée de vie

Cette annexe est consacrée à l'étude de l'influence de trois paramètres numériques : la taille du maillage, la discrétisation spatiale de la simulation du passage de charge  $N_{sub}$ , et l'incrément d'endommagement maximum  $\Delta D$ . Le modèle utilisé correspond à celui décrit au Chapitre II.1 (comportement isotrope des grains et endommagement appliqué sur la raideur).

Les valeurs utilisées sont données dans la Table 17. Les différents maillages utilisés sont décrits sur la Figure 113.

		Modèle de base	
<b>Maillage</b> : Nombre d'éléments par joint de grain	2	4	6
Discrétisation spatiale : $N_{sub}$	24	48	96
Incrément d'endommagement $\Delta D$	0,2	0,1	0,05

Table 17: Influence des paramètres numériques : valeurs utilisées

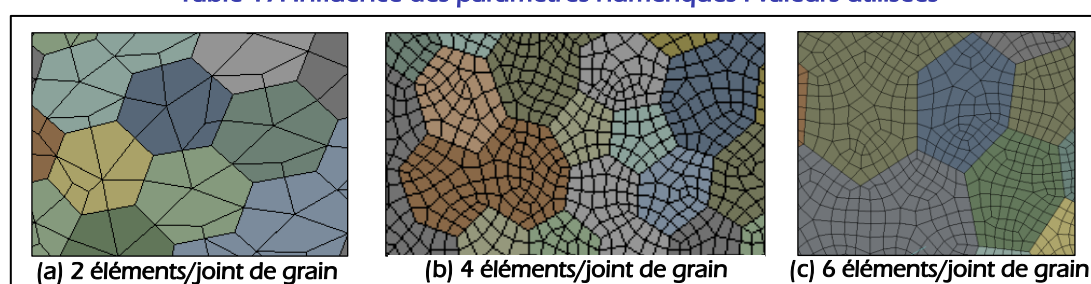


Figure 113 : Maillages utilisés

Les résultats sont donnés sur la Figure 114. Le seul paramètre ayant une influence significative sur la durée de vie est l'incrément d'endommagement  $\Delta D$ . L'influence de ce paramètre  $\Delta D$  est plus précisément analysée au Chapitre III.2.2.3 page 115. L'utilisation de la valeur 0,1 conduit à une surestimation de la durée de vie.

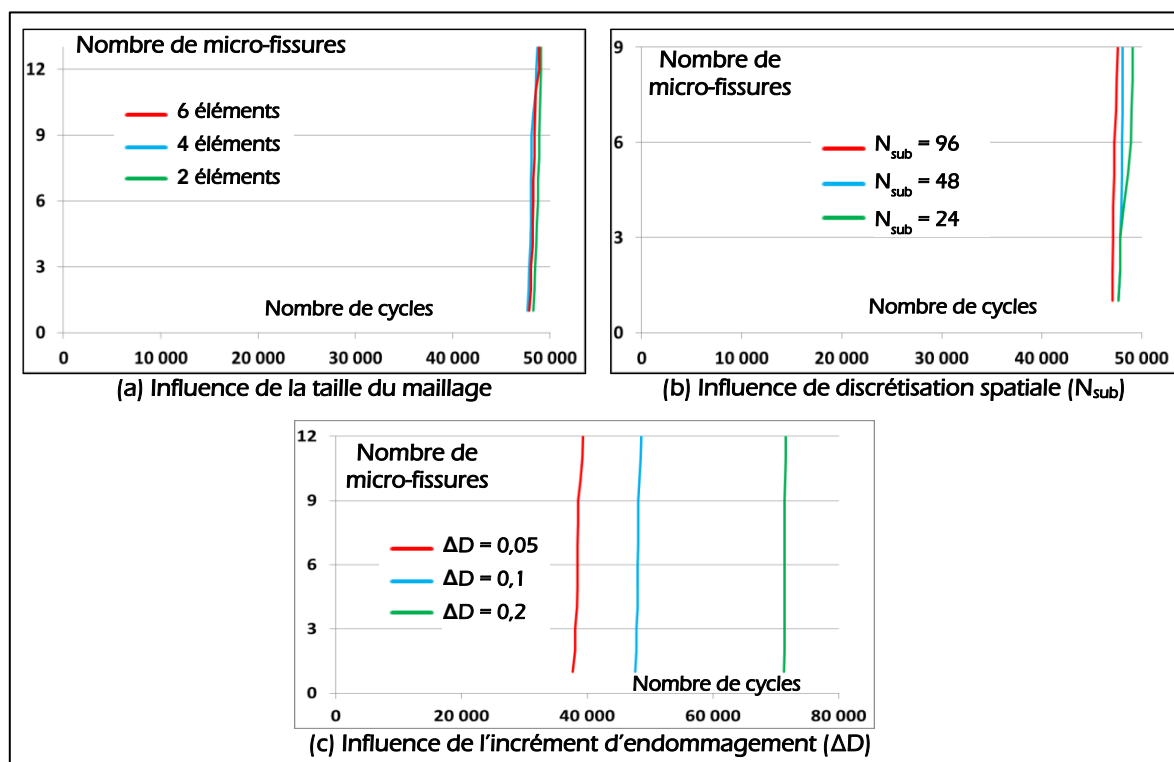


Figure 114 : Influence des paramètres numériques sur la durée de vie (modèle initial)

## D. Lois constitutives utilisées en élasticité linéaire

Dans le cas général, le comportement élastique linéaire d'un matériau est caractérisé par 21 constantes indépendantes. En utilisant la notation de Voigt, l'expression des déformations est reliée à celle des contraintes par la matrice de souplesse notée  $[S]$  (éq. 45). La matrice de raideur notée  $[C]$  est l'inverse de la matrice de souplesse.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} = 2\varepsilon_{yz} \\ \gamma_{xz} = 2\varepsilon_{xz} \\ \gamma_{xy} = 2\varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ & & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ & & & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ & \text{sym} & & & S_{55} & S_{56} \\ & & & & & S_{66} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{éq. 45}$$

Les matériaux possédant 3 plans de symétrie sont appelés matériaux orthotropes. 9 constantes indépendantes sont alors nécessaires pour définir le comportement linéaire élastique (éq. 46) : 3 modules d'Young  $E$ , 3 coefficients de Poisson  $\nu$ , et 3 modules de cisaillement  $G$ .

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} = 2\varepsilon_{yz} \\ \gamma_{xz} = 2\varepsilon_{xz} \\ \gamma_{xy} = 2\varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_x & -\nu_{xy}/E_x & -\nu_{xz}/E_x & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{xy}/E_x & 1/E_y & -\nu_{yz}/E_y & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{xz}/E_x & -\nu_{yz}/E_y & 1/E_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{yz} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{xy} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{éq. 46}$$

Dans le cas où le comportement mécanique est le même dans toutes les directions, ce comportement est dit isotrope. Ce comportement élastique linéaire isotrope est caractérisé par deux constantes indépendantes, le module d'Young  $E$ , et le coefficient de Poisson  $\nu$  (éq. 47). Deux autres constantes peuvent être utilisées, le module de cisaillement  $G$  (éq. 48) et le module de compressibilité  $K$  (éq. 49).

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} = 2\varepsilon_{yz} \\ \gamma_{xz} = 2\varepsilon_{xz} \\ \gamma_{xy} = 2\varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E & -\nu/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu/E & 1/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu/E & -\nu/E & 1/E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{éq. 47}$$

Module de cisaillement :

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad \text{éq. 48}$$

Module de compressibilité :

$$K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \quad \text{éq. 49}$$



## E. Analyse du comportement d'un agrégat polycristallin : compléments

### 1. Influence de la forme des grains

Lors de l'analyse du comportement d'un VER (Chapitre III.1.2. page 94), le modèle 2D est composé de grains de forme quelconque alors que le modèle 3D est composé de grains de forme parfaitement cubique (Figure 65 page 94). L'objectif de ce paragraphe est de démontrer que la forme des grains ne modifie pas les conclusions tirées de cette analyse.

Pour cela le comportement d'un modèle 2D composé de grains de forme parfaitement carrée est comparé au modèle 2D initial (Figure 115). Les résultats obtenus (Figure 115) montrent que la forme des grains n'a pas d'influence sur le comportement macroscopique du VER.

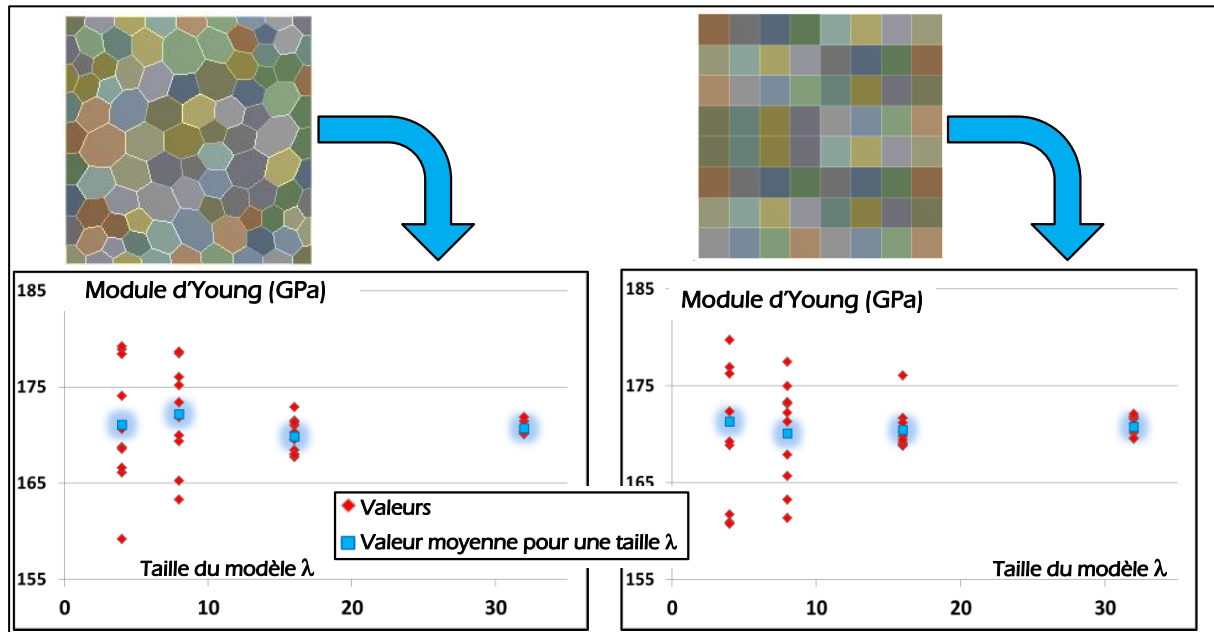


Figure 115 : Influence de la forme des grains sur le comportement macroscopique du VER 2D

### 2. Comportement d'un volume élémentaire : grains orientés uniformément

L'objectif de ce paragraphe est de vérifier que le module d'Young d'un VER 2D dont tous les grains sont orientés dans la même direction correspond bien à celui donné par l'équation page 99 (eq. 32).

Si tous les grains sont orientés de façon uniforme, le comportement macroscopique du VER est le même que celui de chaque grain et n'est donc plus isotrope. Pour une orientation des grains différente de  $0^\circ$  et de  $90^\circ$ , il se produit un couplage entre la traction et le cisaillement. Le modèle utilisé pour déterminer le module d'Young du VER est donc adapté dans ce cas. Le VER est soumis uniquement à une pression  $P$  dans les directions  $x$  du VER ; en ce qui concerne les conditions aux limites en déplacement, seul trois degrés de liberté sont imposés nuls afin de bloquer les mouvements d'ensemble (Figure 116).

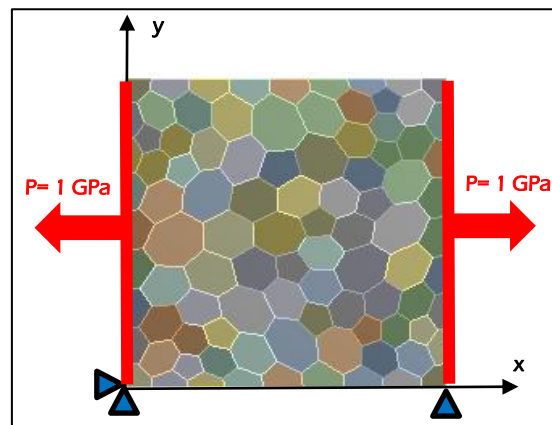


Figure 116 : Conditions aux limites appliquées sur le VER 2D avec orientation uniforme des grains

Le couplage entre les contraintes normales et les déformations de cisaillement (variation de l'angle droit) est illustré sur la Figure 117.

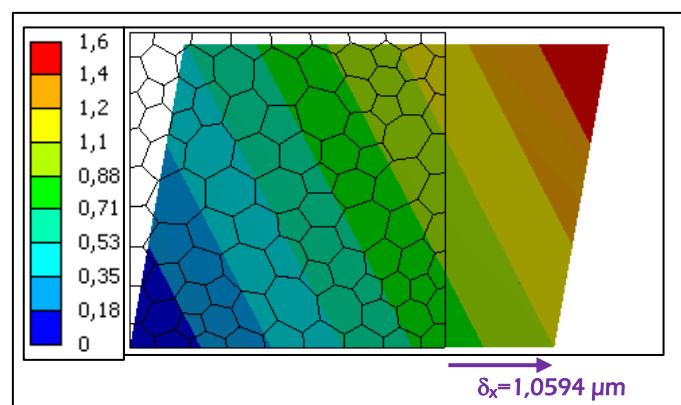


Figure 117 : Déplacement dans la direction x (μm) (orientation 30°)

Tous les grains ayant la même orientation, les composantes macroscopiques du VER sont égales aux composantes mésoscopiques. Un exemple de calcul est donné dans la Table 18. Les résultats obtenus avec ce modèle numérique correspondent exactement aux résultats analytique (éq. 32 et Figure 73 page 99).

<u>Composantes macroscopiques</u>		<u>Constantes matériau macroscopiques</u>  Module d'Young : $E = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x} = 188,8 \text{ GPa}$
$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix}$	
$\sigma_x = P = 1\,000 \text{ MPa}$		
$\varepsilon_x = \frac{\delta_x}{l} = \frac{1,0594 \text{ }\mu\text{m}}{200 \text{ }\mu\text{m}} = 0.005297$		

Table 18: Exemple d'analyse et de détermination du module d'Young (orientation 30°)

L'analyse présentée dans ce paragraphe permet également de valider les méthodes d'implémentation du modèle d'élasticité cubique dans les modèles éléments finis.

### 3. Module de compressibilité macroscopique d'un agrégat polycristallin

L'objectif de ce paragraphe est simplement de vérifier que le module de compressibilité macroscopique d'un agrégat est égal au module de compressibilité du cristal, même si cet agrégat n'est pas statistiquement homogène (Chapitre III.1.1.2 page 92).

Pour cela on utilise le modèle 3D décrit au Chapitre III.1.2.1.1 page 94 ( $\lambda=4$ ). Ce modèle est soumis à des conditions aux limites correspondant à un état de contrainte macroscopique équivalent à une pression hydrostatique (Table 19).

face	$x=0$	$y=0$	$z=0$	$x=l$	$y=l$	$z=l$
Conditions aux limites	$U_x=0$	$U_y=0$	$U_z=0$	$U_x=\delta$	$U_y=\delta$	$U_z=\delta$
résultats				Effort de réaction $F_x$	Effort de réaction $F_y$	Effort de réaction $F_z$

Table 19: Conditions aux limites associées à une pression hydrostatique

La taille du modèle est caractérisée par un paramètre  $\lambda$  égal à 4, et des grains de  $25 \mu\text{m}$ , ce qui correspond à un cube de côté  $l=100 \mu\text{m}$ . La valeur du déplacement imposé est  $\delta=1 \mu\text{m}$ , ce qui correspond à une déformation macroscopique de 1% :  $\varepsilon_x=\varepsilon_y=\varepsilon_z=0,01$ .

Les répartitions du déplacement dans la direction  $x$  ( $u_x$ ), et de la contrainte normale dans cette même direction ( $\sigma_x$ ), sont données sur la Figure 118. La répartition de la contrainte normale est homogène dans tout le VER ; pour ce cas de charge particulier, l'anisotropie et l'orientation aléatoire des grains ne génèrent pas de répartition hétérogène des contraintes.

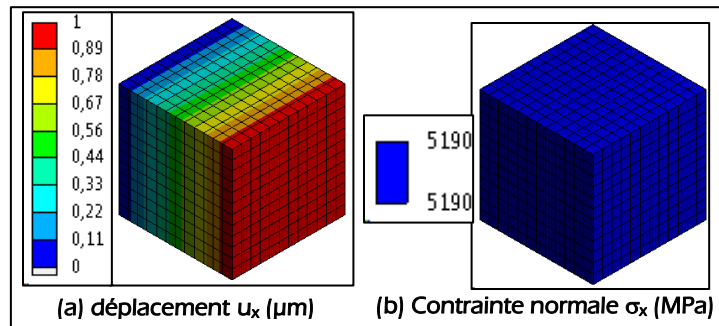


Figure 118: Déplacement et contrainte dans un VER soumis à une pression hydrostatique

L'effort de réaction est le même dans les trois directions et égal à 51,9 N dans cet exemple ce qui correspond à une pression hydrostatique  $P= 5190 \text{ MPa}$ . Les contraintes mésoscopiques (Figure 118b) sont donc égales aux contraintes macroscopiques.

Le module de compressibilité macroscopique obtenu avec ce modèle ( $K = 173 \text{ GPa}$  éq. 50) est bien identique à celui du cristal (Table 9 page 93). Ce résultat ne dépend pas de l'orientation des grains et de la taille du VER.

$$K = \frac{P}{\Delta V} = \frac{P}{\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z} = \frac{5,19 \text{ GPa}}{0,03} = 173 \text{ GPa} \quad \text{éq. 50}$$

## F. Influence des paramètres numériques sur la durée de vie

Cette annexe présente le même type d'analyse que celle effectuée à l'annexe C page 143. Cette analyse avait été effectuée sur le modèle initial, c'est-à-dire avec un modèle isotrope de comportement des grains, et un endommagement appliqué sur la raideur.

Les différences par rapport à cette analyse précédente concernent :

- la modélisation du comportement anisotrope du grain (Chapitre III.1),
- la modélisation d'un endommagement appliqué sur le cisaillement (Chapitre III.2).

L'influence des paramètres numériques sur la durée de vie est illustrée sur les figures décrites ci-dessous :

- Figure 119 : grains anisotropes, endommagement appliqué sur la raideur.
- Figure 120 : grains isotropes, endommagement appliqué sur le cisaillement.
- Figure 121 : grains anisotropes, endommagement appliqué sur le cisaillement

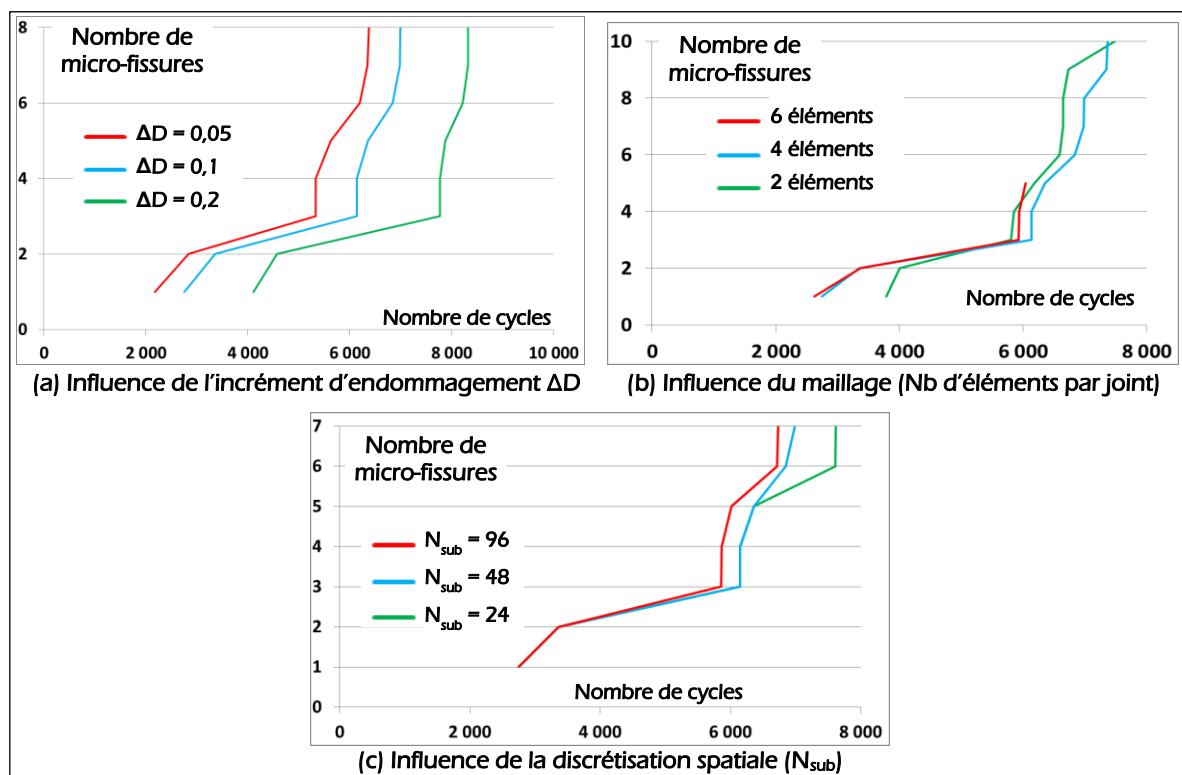


Figure 119 : Influence des paramètres numériques : endommagement appliqué sur K et grains anisotropes

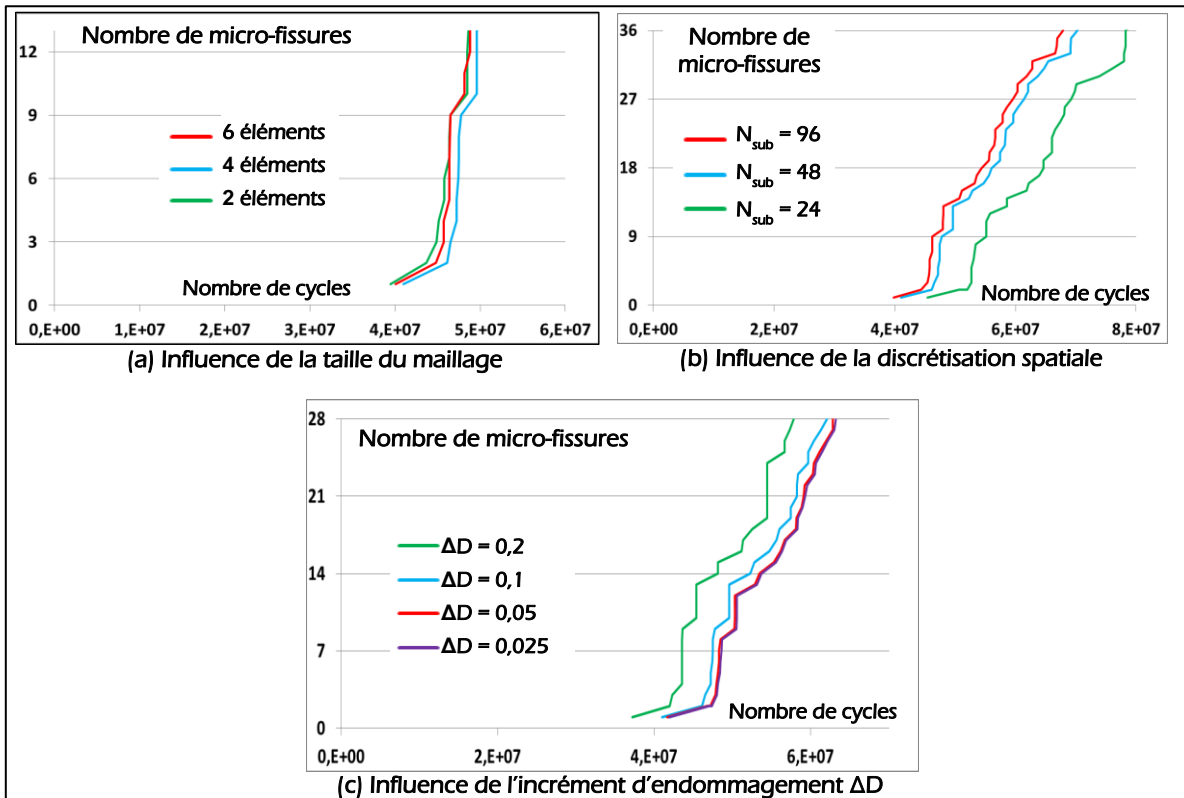


Figure 120 : Influence des paramètres numériques : endommagement appliqué sur  $\tau$  et grains isotropes

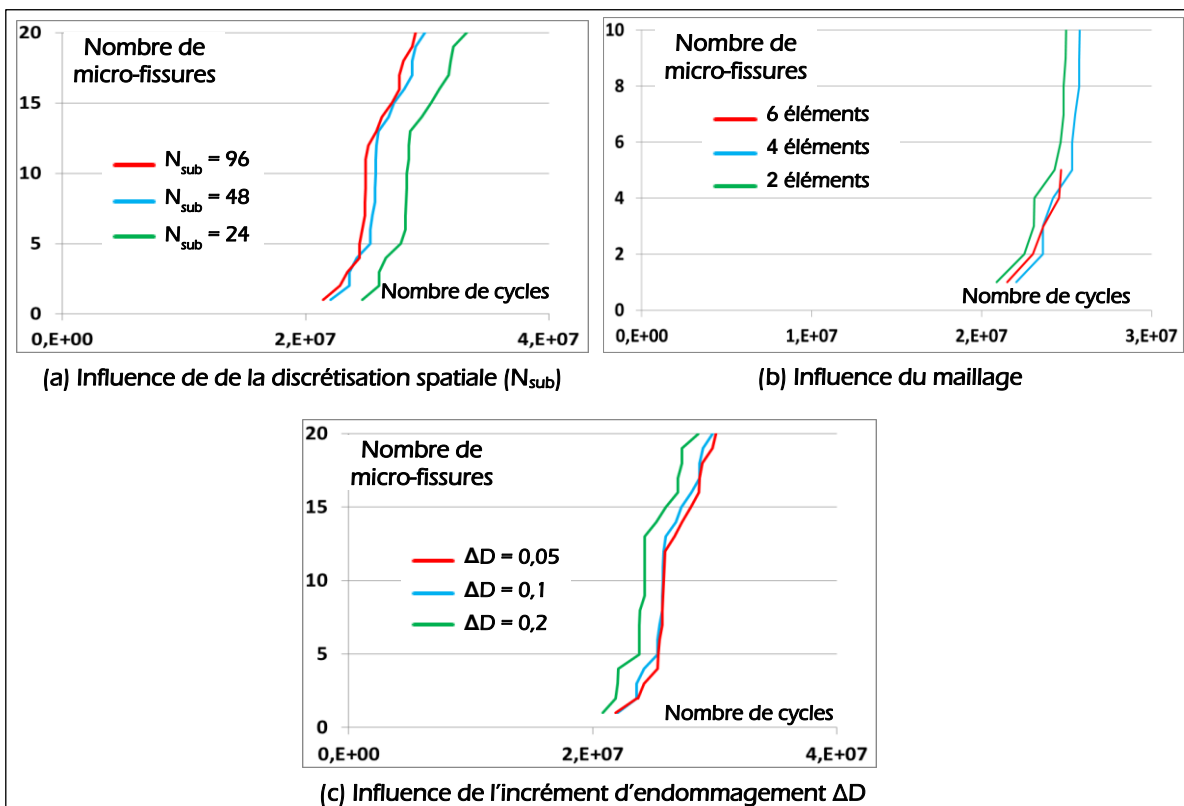


Figure 121 : Influence des paramètres numériques : endommagement appliqué sur  $\tau$  et grains anisotropes

Les résultats obtenus pour les trois configurations montrent qu'en ce qui concerne la taille du maillage et la discrétisation spatiale, les valeurs utilisées dans le modèle de base (maillage de 4 éléments le long de chaque joint de grain, et paramètre  $N_{sub}$  égal à 48) permettent une approximation suffisamment précise de la durée de vie.

Concernant le paramètre  $\Delta D$ , l'analyse réalisée sur le modèle initial (annexe C) a mis en évidence une très forte influence de ce paramètre sur la durée de vie (Figure 114c page 143) et une surestimation de la durée de vie avec l'utilisation de la valeur 0,1 pour ce paramètre. La prise en compte de l'anisotropie des grains ne modifie pas cette conclusion (Figure 119a). L'influence de ce paramètre  $\Delta D$  dans le cas d'un endommagement appliqué sur la raideur est plus précisément analysée au Chapitre III.2.2.3 page 115.

Les conclusions sur l'influence de ce paramètre sont très différentes dans le cas d'un endommagement appliqué sur le cisaillement. L'influence de ce paramètre sur la durée de vie est alors beaucoup plus faible, et l'utilisation d'une valeur 0,1 permet cette fois ci une approximation suffisamment de la durée de vie. Une analyse plus approfondie est donnée à l'annexe suivante (annexe G).

## G. Influence du paramètre $\Delta D$ en fonction du mode d'application de l'endommagement

### 1. Objectifs

L'objectif de cette annexe est d'apporter des éléments de compréhension sur l'influence du paramètre  $\Delta D$  en fonction du mode d'application de l'endommagement (Figure 122).

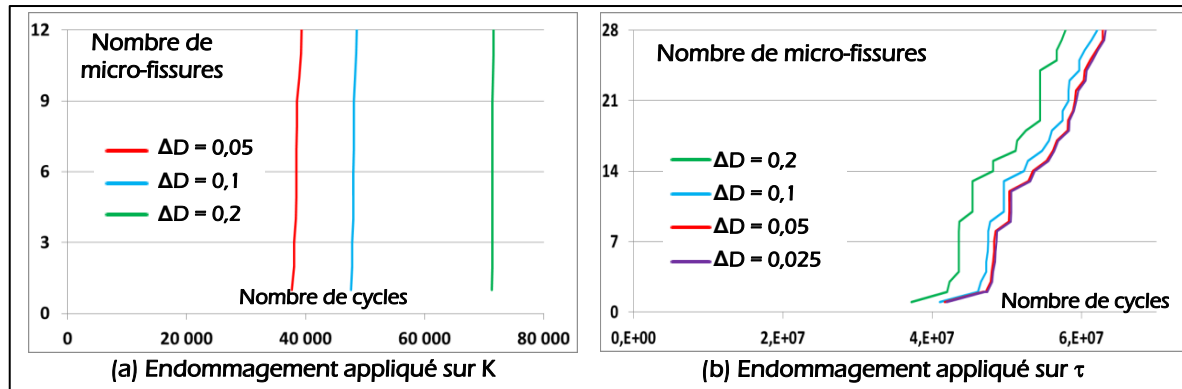


Figure 122 : Influence du paramètre  $\Delta D$ , grains isotropes (rappel)

### 2. Analyse sur un système simplifié

On considère le système simplifié constitué de deux solides déformables de raideurs  $K_s$ , reliés par un élément cohésif de raideur initiale  $K_{t0}$  soumis à un déplacement d'amplitude imposée  $\Delta\delta$  constante (Figure 123).

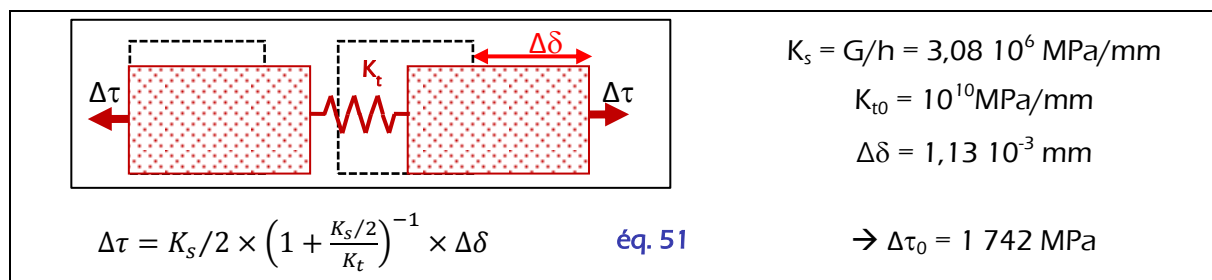


Figure 123 : Système simplifié avec déplacement imposé d'amplitude constante

Les résultats obtenus (amplitude de cisaillement  $\Delta\tau$  et endommagement  $D$ ) pour les deux modes d'application de l'endommagement sont donnés sur la Figure 124. Ces résultats sont commentés ci-dessous pour chacun des deux modes d'application.

Cas d'un endommagement appliqué sur la raideur : l'amplitude de cisaillement est quasiment constante et égale à la valeur initiale  $\Delta\tau_0$  (Figure 124a). Ce résultat est en accord avec l'analyse du Chapitre III.2.1.1 page 110. L'influence du paramètre  $\Delta D$  sur l'évolution de l'endommagement en fonction du nombre de cycles (Figure 124c) est donc identique à celle obtenue au Chapitre II.1.2.4.2 (Figure 39 page 65).

Cas d'un endommagement appliqué sur le cisaillement : l'évolution de l'amplitude de cisaillement en fonction de l'endommagement (Figure 124b) est bien conforme à l'équation éq. 52. Cette évolution du cisaillement entraîne un taux d'endommagement constant (éq. 53), ce qui correspond à un endommagement théorique (c'est-à-dire sans utilisation de la méthode « jump in cycles ») proportionnel au nombre de cycles (éq. 54). Ce taux d'endommagement étant constant, le paramètre  $\Delta D$  n'a aucune influence sur le nombre de cycles correspondant à un endommagement égal à 1 (Figure 124b).



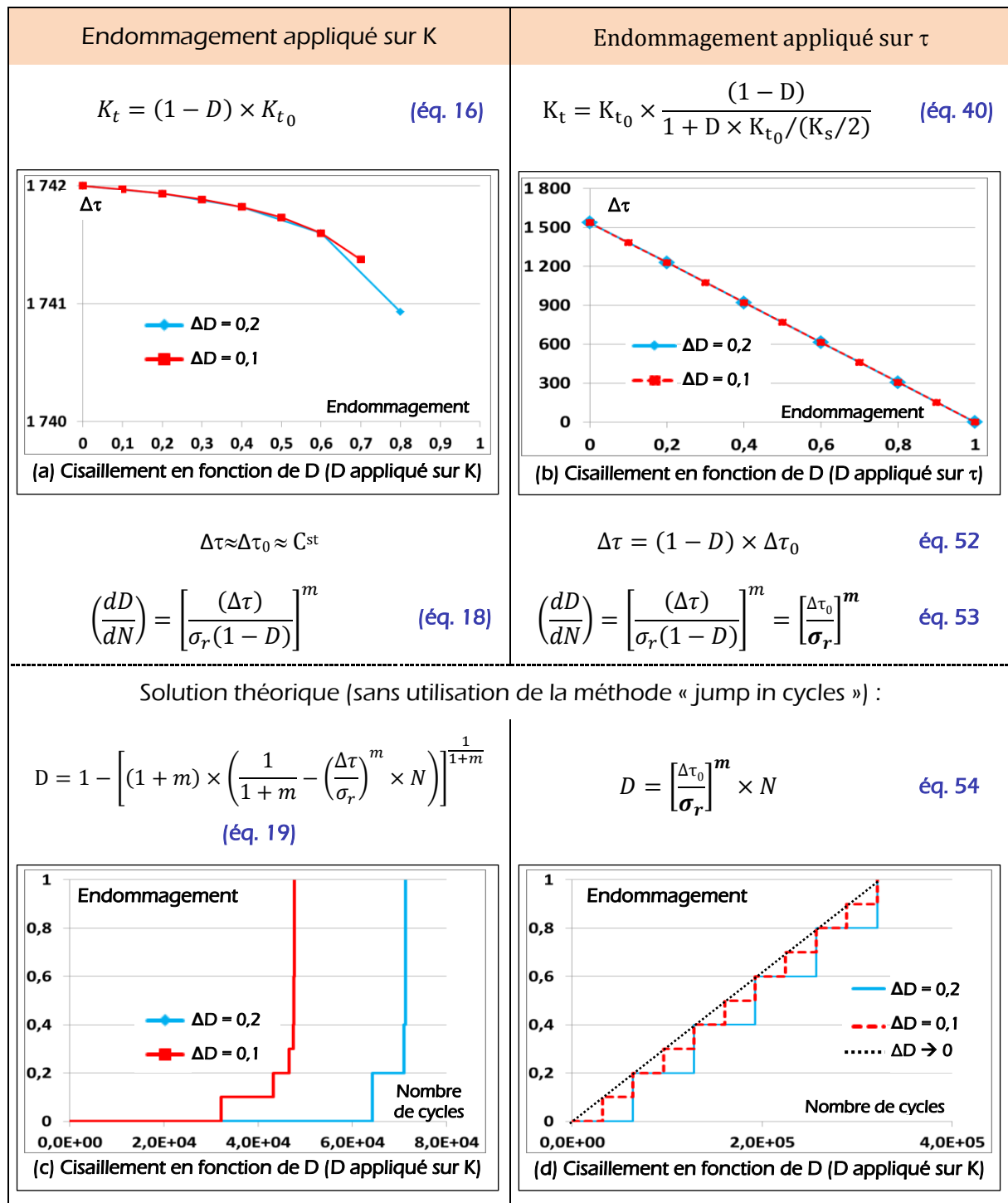


Figure 124 : Application de l'endommagement : comparaison système continu et système avec élément cohésif

### 3. Analyse sur le modèle RCF

Les résultats et conclusions obtenus sur le modèle simplifié (paragraphe précédent) peuvent être étendus au modèle RCF dans le cas d'un endommagement appliqué sur la raideur mais pas dans le cas d'un endommagement appliqué sur le cisaillement.

Dans le cas d'un endommagement appliqué sur la raideur, avant l'apparition de la première micro-fissure, l'endommagement ne modifie pas le comportement du système, donc le comportement de chaque joint de grain peut être assimilé à celui du système simplifié du paragraphe précédent (Figure 123) soumis à une amplitude de déplacement  $\Delta\delta$  constante.

Dans le cas d'un endommagement appliqué sur le cisaillement, après la simulation du premier passage de charge (FEA 1), l'endommagement de chaque joint de grain modifie le comportement global et local du système, et l'hypothèse d'un déplacement imposé d'amplitude  $\Delta\delta$  constante n'est plus acceptable. La Figure 125 illustre l'évolution de l'endommagement et du cisaillement intergranulaire moyen du joint de grain correspondant à la première micro-fissure.

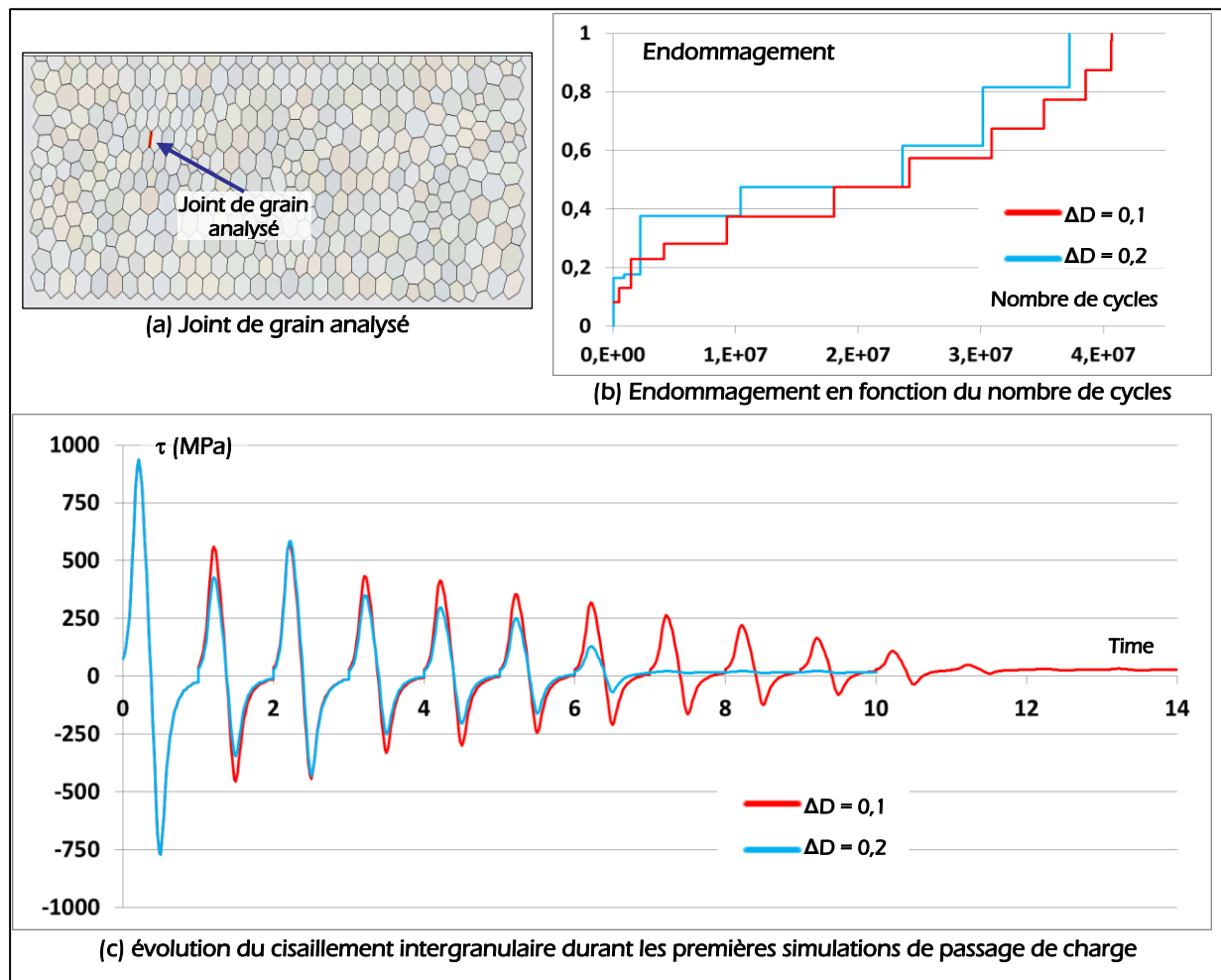


Figure 125 : Influence du paramètre  $\Delta D$  sur l'endommagement et le cisaillement intergranulaire

#### 4. Conclusion :

Dans le cas de l'endommagement appliqué sur le cisaillement, le comportement du modèle RCF étant proche mais pas identique à celui du modèle simplifié, le nombre de cycle correspondant à l'apparition de la première micro-fissure dépend donc de la valeur du paramètre  $\Delta D$ . Mais cette dépendance au paramètre  $\Delta D$  reste beaucoup plus faible que celle observée dans le cas de l'endommagement appliqué sur la raideur.



FOLIO ADMINISTRATIF

THÈSE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL  
DES SCIENCES APPLIQUÉES DE LYON

NOM : NOYEL

DATE de SOUTENANCE : 09/12/2015

Prénom : Jean-Philippe

TITRE : Analyse de l'initiation de fissures en fatigue de contact : approche mésoscopique

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : 2015ISAL0126

École doctorale : **MEGA** (Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique)

Spécialité : Mécanique

**RÉSUMÉ :**

La fatigue de contact est un des modes de défaillance prédominants des composants tels que les engrenages ou les roulements. Les mécanismes d'initiation de fissures associés à ce mode de défaillance sont fortement liés à la microstructure du matériau. Cependant, la plupart des modèles utilisés pour prédire la durée de vie se situent à l'échelle macroscopique. Un modèle basé sur une représentation de type Voronoi des grains (échelle mésoscopique) est développé afin d'analyser les mécanismes d'initiation. Le concept d'endommagement est appliqué aux joints de grain modélisés par la méthode des zones cohésives. L'objectif de ce modèle est (i) de contribuer à une meilleure compréhension de l'influence de paramètres tels que ceux liés aux conditions de contact (rugosité, lubrification) ou aux matériaux (présence d'inclusions ou gradients de propriétés et contraintes résiduelles générés par les traitements de surface...) sur les mécanismes d'initiation et (ii) de fournir une estimation de la durée de vie jusqu'à cette initiation.

Un premier modèle 2D isotrope a permis de mettre en place l'approche proposée et d'analyser le comportement numérique des éléments cohésifs : influence de la valeur des raideurs cohésives et apparition de singularités aux jonctions triples. Cette singularité semble inévitable, mais l'approche consistant à considérer le joint de grain comme une unique entité, et donc à utiliser des valeurs moyennes le long du joint de grain permet de s'affranchir de cette singularité.

La représentativité du modèle a ensuite été améliorée par la modélisation de l'anisotropie cristalline. Un modèle de type élasticité cubique a été utilisé pour modéliser le comportement des grains. Enfin, une analyse approfondie de l'application du concept d'endommagement aux joints de grains a permis de proposer une nouvelle formulation entraînant une influence plus réaliste de cet endommagement sur le cisaillement intergranulaire et conduisant à une durée de vie estimée (apparition des premières micro-fissures) d'un ordre de grandeur comparable à celles données par l'expérience.

**MOTS-CLÉS :** fatigue de contact, endommagement, élément cohésif, microstructure, anisotropie cristalline

Laboratoires de recherche : Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures (LaMCoS, INSA Lyon)  
LabECAM (ECAM Lyon)

Directeurs de thèse : Fabrice VILLE (INSA Lyon) ; Philippe JACQUET (ECAM Lyon)

Président de jury : Alain COMBESCURE

Composition du jury : Christophe CHANGENET, Alain COMBESCURE, Rob DWYER-JOYCE, Anthony GRAVOUIL, Philippe JACQUET, Anna PANDOLFI, Mathieu RENOUF, Fabrice VILLE